IL NUOVO SISTEMA DI POSIZIONAMENTO DEL SUBRIFLETTORE E DEI RICEVITORI IN FUOCO PRIMARIO PER L'ANTENNA VLBI DI MEDICINA.

Volume 4 di 4 "Matematica del sistema"

Autunno 1998

A. Orfei, M. Morsiani, G. Zacchiroli, G. Maccaferri

CNR - Istituto di Radioastronomia - Bologna

Rapporto interno IRA 260/98

INDICE

| 1. INTRODUZIONE | pag. 2 |
|---|---|
| 2. DIMENSIONAMENTO E VERIFICA DEI MOTORI ELETTRICI. | pag. 3 |
| 2.1. Generalità2.2. Considerazioni sugli attuatori2.3. Calcolo dei motori elettrici | pag. 3 pag. 6 pag. 9 |
| 3. EQUAZIONI DEL MOTO DEL SUBRIFLETTORE | pag. 85 |
| 3.1. Generalità 3.2. Determinazione delle equazioni «dirette» (approssimate) 3.3. Determinazione delle equazioni «inverse» (approssimate) 3.4. Equazioni «dirette» (non approssimate) 3.5. Equazioni con il fuoco primario come centro di rotazione | pag. 85 pag. 89 pag. 94 pag. 95 pag. 97 |
| 4. RIFERIMENTI | pag. 102 |

1. INTRODUZIONE

Quest'ultimo volume del rapporto interno tratta dei calcoli di dimensionamento dei motori, delle prestazioni del sistema montato, verificate dopo oltre un anno di utilizzo sull' antenna, e della rappresentazione e previsione del movimento subriflettore nello spazio (le cosiddette equazioni del moto).

Aggiungere alla descrizione del progetto subriflettore anche una parte matematica è utile perchè ci consente di precisare e comprendere più profondamente i parametri di progetto di un sistema utilizzante motori brushless, di approfondire l'ostica questione dell'attrito viscoso e comunque di costituire un utile riferimento per il futuro di quanto appreso nell'esecuzione di questo complicato progetto.

Per quanto riguarda le equazioni del moto esse ci potranno essere utili nella implementazione della fase 3 di upgrade della antenna di Medicina [ref. 1], cioè nella localizzazione dei ricevitori in vertex room (vedi anche ref. 7) e anche nella automazione della tecnica di beam switching realizzata muovendo lo specchio secondario e non l'antenna.

2. DIMENSIONAMENTO E VERIFICA DEI MOTORI ELETTRICI.

2.1. Generalità.

Cerchiamo, prima di addentrarci nella descrizione specifica del calcolo relativo ai nostri attuatori di movimento, di fornire alcuni chiarimenti di uso generale, utili in seguito per interpretare meglio il lavoro svolto, ed indispensabili per eseguire il dimensionamento di un motore elettrico brushless utilizzato in un sistema di movimento.

In prima analisi occorre valutare, con buona precisione, quale tipo di utilizzo viene fatto dell'apparecchiatura presa in considerazione. Questo è un dato molto importante, in quanto può determinare alcune variazioni delle caratteristiche del motore da utilizzare. L'utilizzo di un'apparecchiatura di movimento, o più precisamente, il tipo di servizio a cui è sottoposta, viene suddiviso dalle normative internazionali in nove diverse tipologie classificate da S1 a S9.

Qui vengono presi in considerazione solamente i casi che si riscontrano sulle nostre movimentazioni, e in più, per completezza, il tipo S1 "servizio continuo", utile per identificare e capire i dati forniti dai costruttori di motori.



Nella figura 2.1.1 viene riportato un esempio di uso continuativo del motore, è meglio specificare che per definire continuativo un servizio è sufficiente che il tempo di utilizzo del motore sia superiore alla propria costante di tempo termica.

La scelta della motorizzazione in un caso come quello sopracitato risulta abbastanza semplice e, una volta calcolata la coppia motrice necessaria per mantenere in movimento a velocità costante la macchina, occorre scegliere, da catalogo, un motore in grado di fornire un valore di coppia continuativa uguale o leggermente superiore a quella calcolata. Generalmente, in questa tipologia di movimento si può non tenere conto della coppia necessaria ad accelerare le masse inerziali in quanto viene richiesta una sola volta all'avviamento ed è sicuramente compensata dalle caratteristiche tipiche di coppia allo spunto intrinseche a questa tipologia di motori. La nostra esperienza ci ha insegnato che la maggior parte dei costruttori di motori brushless specifica, sui propri cataloghi, il valore della coppia nominale considerando il motore ad un salto di temperatura ΔT di 105°C, se non addirittura 130°C, rispetto alla temperatura ambiente. Considerando che il ΔT del motore varia seguendo una relazione quadratica del rapporto fra la coppia motrice realmente richiesta e la coppia nominale (vedi paragrafo 10), è sempre opportuno scegliere un motore con prestazioni maggiori per evitare al motore stesso e a tutti gli organi dell'attuatore inutili stress termici.

In molte applicazioni il motore non è soggetto a un movimento continuo ma effettua dei cicli di lavoro, cioè intervalla dei tempi di funzionamento con dei tempi di fermo. In questo caso il dimensionamento del motore diventa leggermente più complesso ed entrano in gioco molti parametri.

Analizziamo ora i casi che sono presenti nelle nostre movimentazioni. Questi possono essere distinti in due tipologie di servizio. La prima, S5 mostrata in fig. 2.1.2, evidenzia un ciclo di lavoro (N+R) più breve della costante di tempo termica del motore, e rappresenta il tipico utilizzo degli assi Z1,Z2,Z3 del subriflettore. La seconda, S2 mostrata in figura 2.1.3, evidenzia un ciclo di lavoro più lungo della costante di tempo termica del motore, ma un tempo di movimento più breve. Questa condizione rappresenta il tipo di utilizzo degli assi Y e Z del ricevitore in fuoco primario e dell'asse Y del subriflettore durante l'operazione di commutazione della configurazione operativa dell'antenna.



La Fig.2.1.2. mostra un esempio del diagramma tipico dell'utilizzo in cicli di lavoro di un motore elettrico. In questo caso il singolo ciclo di lavoro, evidenziato sul

disegno come periodo di servizio, diviene la condizione da analizzare per arrivare alla scelta definitiva della motorizzazione.

Per semplicità di esposizione, i passi successivi di analisi del singolo ciclo possono essere suddivisi in due punti salienti.

- Il ciclo viene prima suddiviso sulla scala dei tempi definendo, a partire dal tempo complessivo, i valori del tempo di accelerazione e decelerazione, del tempo a velocità costante e dei tempi di fermo, così da poter calcolare di conseguenza i valori di velocità e di accelerazione.
- Ora si hanno a disposizione tutti i parametri necessari a calcolare il valore di coppia motrice che deve fornire il motore, infatti si conoscono già a priori sia le caratteristiche meccaniche dell'attuatore che l'entità delle masse da porre in movimento. Quindi, dalla somma del valore di coppia motrice a velocità costante e di coppia motrice per accelerazione si può procedere ad una prima selezione da catalogo del motore. Tale selezione fornisce i dati relativi al motore, e tra questi, la sua inerzia che va sommata a quella degli organi condotti, precedentemente valutata, onde ottenere il definitivo valore di coppia motrice di picco per accelerazione.

Per ottenere il quadro definitivo, non resta che calcolare alcuni importanti parametri di verifica del motore prescelto, che sono:

- 1. Il valore della coppia motrice *rms* richiesta al motore durante l'esecuzione del singolo ciclo.
- 2. Il valore della temperatura fisica del motore una volta raggiunto l'equilibrio termico.
- 3. Il valore della corrente di picco assorbita dal motore nelle fasi di accelerazione e decelerazione.
- 4. Il valore della tensione massima richiesta dal motore all'azionamento

Il valore di coppia *rms* trovato deve risultare sempre inferiore al valore della coppia continuativa riportata sui dati di catalogo del motore prescelto.

Essendo il valore di coppia *rms* fornito con un salto termico del motore molto elevato è opportuno determinare con precisione la temperatura a cui si troverà il motore una volta raggiunto l'equilibro termico, e se necessario, optare per un motore di taglia superiore.

I valori calcolati nei punti 3 e 4 servono per identificare la taglia dell'azionamento di controllo motore.

Analizzando ora la condizione operativa schematizzata nella figura 2.1.3.,la procedura di calcolo segue quella precedentemente esposta ma, per il dimensionamento del motore non possiamo più calcolare il valore rms durante il ciclo di lavoro, bensì dobbiamo utilizzare il valore rms durante il movimento (solo N).

È chiaro che segliendo un motore con una coppia continuativa di valore superiore al valore di coppia necessaria durante il tempo N il sistema funziona correttamente, ma può essere un dimensionamento eccessivo. Un approccio più corretto è quello di sfruttare le prestazioni dinamiche del motore, cioè segliere un motore di grandezza tale da avere il valore di coppia di picco leggermente superiore a quella richiesta e fare una verifica termica per valutare se la temperatura massima raggiunta è accettabile. Si può tenere presente che con tempi di utilizzo di circa 1/10 della costante di tempo termica si può utilizzare il motore ad una coppia doppia di quella continuativa.

Questo aspetto è espresso nel paragrafo 10 dei vari attuatori (eccetto asse Z del subriflettore). Lì si vede come per una coppia *rms* pari a quella nominale il motore raggiungerebbe la temperatura di 150°C (considerando una tamb.20°C) se usato continuamente. Se però l'utilizzo è come nel caso di fig. 2.1.3 l'equilibrio termico non viene mai raggiunto e quindi è possibile sfruttare il motore ad una coppia *rms* superiore a quella nominale. Dal punto di vista quantitativo il calcolo di Δ Tmax (10.1)



è necessario per poi verificare la temperatura effettiva del motore (10.2) in questo tipo di ciclo di lavoro.

2.2. Considerazioni sugli attuatori.

Fatta questa premessa, iniziamo a parlare in maniera più specifica dei sistemi di movimento implementati sulla nostra struttura. La procedura di calcolo dei motori elettrici, svolta preventivamente alla costruzione, è stata disattesa all'atto delle prove pratiche a causa degli inconvenienti esaurientemente descritti in altra parte di questo rapporto [ref. 1].

Inizialmente il dimensionamento dei motori elettrici era stato fatto considerando trascurabile il contributo derivante dall'attrito di tipo viscoso, invece, in attuatori aventi caratteristiche meccaniche identiche a quelli da noi utilizzati, è proprio questo l'elemento che pilota la quantità di energia richiesta al motore per svolgere le fasi di movimento.

Durante la fase di progettazione si era presentata la necessità, su sei dei sette attuatori utilizzati, di porre il motore e la vite senza fine su due assi ortogonali, quindi la scelta del tipo di riduttore da interporre fra i due organi è ricaduta su quelli del tipo

vite senza fine-ruota elicoidale. In questo tipo di riduttore, il trasferimento del moto tra la vite e la ruota comporta uno strisciamento fra le parti contrariamente a quello che avviene in ingranaggi cilindrici ad assi paralleli o in coppie coniche dove, durante il trasferimento di moto fra le due ruote dentate accoppiate vi è solo rotolamento. Proprio per queste condizioni di lavoro più critiche la viscosità dell'olio da introdurre in riduttori del primo tipo è drasticamente più elevata rispetto a quella che a parità di sollecitazione può essere utilizzata in riduttori del secondo tipo. A dimostrazione di quanto detto basta osservare la fig. 2.2.1 o analizzare la curva sperimentale dell'assorbimento di corrente dell'asse X del subriflettore [ref. 1, tab. 7.1.5], unico asse dove il riduttore utilizzato è del tipo epicicloidale.

La fig. 2.2.1, ricavata da una pubblicazione della ditta Kluber produttrice di oli lubrificanti, riporta due diagrammi utili per identificare il tipo di olio da utilizzare in un gruppo di riduzione a ingranaggi cilindrici o a vite senza fine ruota elicoidale. In entrambi i diagrammi in ascissa viene riportata la viscosità cinematica dell'olio a 40°C ed in ordinata un fattore dipendente dalla forza applicata e dalla velocità dell'ingranaggio. Come significato fisico pertanto i due diagrammi possono essere confrontati e si nota immediatamente che, mentre la curva relativa ad ingranaggi cilindrici, per fattori forza-velocità bassi, tende a scendere approssimandosi a viscosità cinematica di circa 40mm²/sec, la curva relativa all'accoppiamento vite senza fine ruota elicoidale non scende mai al di sotto di una viscosità di 200mm²/sec.

Si tenga presente che la viscosità cinematica di un olio cambia con il variare della temperatura, così, se la viscosità di due tipi di olio sintetico a 40°C è pari a $40 \text{mm}^2/\text{sec}$ e a $200 \text{mm}^2/\text{sec}$ a 0°C, diventa rispettivamente $260 \text{mm}^2/\text{sec}$ e $2200 \text{mm}^2/\text{sec}$.

Altra caratteristica tipica dei riduttori vite senza fine ruota elicoidale è quella di presentare un elevato attrito di primo distacco. Questo fa sì che il valore del rendimento è più basso proprio in corrispondenza della fase più critica, all'avviamento della macchina, per poi migliorare con l'aumentare del numero di giri.



Fig.2.2.1

2.3. Calcolo dei motori elettrici.

Il calcolo dei motori elettrici di seguito riportato, tiene conto del contributo determinante dovuto all'attrito viscoso, inizialmente trascurato, pertanto deve essere interpretato come un'esercizio eseguito con lo scopo di valutare quanto la realtà sperimentale (ref. 1) trova riscontro nella matematica, molto utile per definire i limiti operativi e chiarire le idee sulla tipologia di motore da acquistare nel caso si provveda alla sostituzione degli attuali.

Il contributo di attrito viscoso è generalmente considerato, in prima approssimazione, con una coppia proporzionale alla velocità angolare tramite un termine costante chiamato coefficiente di attrito viscoso. In realtà questo coefficiente è funzione a sua volta della velocità e anche della temperatura. La dipendenza dalla velocità angolare è sufficientemente preciso considerarla come lineare, ecco perché nel calcolo il contributo di attrito viscoso è stato inserito come un'equazione di secondo grado. I parametri dell'equazione sono diversi per ciascun attuatore, infatti essi sono quelli che identificano la polinomiale di secondo grado di best fit della curva ricavata sperimentalmente su ciascun attuatore. Per avere anche solo un idea di quanto conti la temperatura si veda [ref. 1, cap7].

L'impaginazione del lavoro segue una impostazione uguale per tutti gli attuatori, vi è una pagina iniziale che contiene uno schema degli organi i movimento e i dati del sistema, il procedimento di calcolo viene poi suddiviso in paragrafi, secondo questo schema:

- 1. Calcolo della coppia dovuta ai carichi esterni.
- 2. Calcolo della coppia di accelerazione.
- 3. Calcolo della coppia dovuta all'attrito viscoso.
- 4. Calcolo della coppia complessiva all'albero motore.
- 5. Calcolo delle velocità, accelerazioni e tempi di percorrenza e risoluzione lineare.
- 6. Calcolo di verifica del rapporto delle inerzie.
- 7. Calcolo di verifica del valore di coppia rms.
- 8. Calcolo di verifica di potenza e corrente del motore.
- **9.** Calcolo di verifica dello spazio minimo percorso in decelerazione e del valore della tensione massima di alimentazione richiesta dal motore all'azionamento.
- 10.Calcolo di verifica della temperatura massima raggiunta dal motore.

Come si può vedere lo schema segue fedelmente le indicazioni generali prima riportate, l'unico paragrafo che merita qualche chiarimento è il penultimo, cioè la verifica dello spazio minimo percorso in decelerazione.

La necessità di conoscere questo parametro nasce dal fatto che nei nostri sistemi di movimento lineare il gruppo degli switch di finecorsa è dotato sia del prelimit che del final limit. Ora, se durante il movimento l'asse arriva contro il prelimit, l'azionamento lo decelera, "dimenticandosi" di qualsiasi tipo di rampa, utilizzando la massima corrente disponibile. Valutare lo spazio percorso durante questa fase serve appunto a determinare con precisione a quale distanza meccanica deve essere posto il final limit per evitare che venga attivato involontariamente.

3. EQUAZIONI DEL MOTO DEL SUBRIFLETTORE

3.1 Generalità

Il presente capitolo ha scopo di determinare matematicamente la corrispondenza tra movimento degli attuatori e movimento dello specchio secondario o, viceversa, data la posizione che si vuole far raggiungere al subriflettore, ricavare le corse dei cinque attuatori.

Schematicamente, il lavoro di deduzione ha come premesse le seguenti,

METODO: le equazioni verranno valutate in termini di tre traslazioni (lungo i tre assi di riferimento cartesiani x,y,z) e due rotazioni semplici (attorno all'asse cartesiano x e attorno a y). La tecnica di calcolo sfrutta la sovrapposizione degli effetti, ovvero si farà muovere un solo attuatore alla volta e si calcoleranno le traslazioni e le rotazioni da esso indotte. Le equazioni del moto sarranno costituite dalla somma algebrica, per ciascuno dei cinque movimenti, degli effetti dei cinque attuatori.

SISTEMA DI RIFERIMENTO E CONVENZIONE SUI SEGNI: cartesiano con il centro passante per il punto O centro del triangolo equilatero formato da un ipotetico piano passante attraverso le tre sfere che collegano gli attuatori Z allo specchio secondario, e che per semplicità da ora in avanti chiameremo "triangolo subriflettore". L'asse x di tale sistema è parallelo con l'asse dell'attuatore X, l'asse y, ad esso ortogonale, non è parallelo all'attuatore Y perchè quest'ultimo è inclinato, ma è parallelo alla sua proiezione e giace nel piano del triangolo. L'asse z viene di conseguenza per concludere la terna ed è comunque ortogonale al piano che contiene il triangolo. Tale piano di riferimento è il piano che contiene il triangolo nella posizione di allineamento subriflettore (antenna a 45° usualmente).

Le convenzioni sui segni sono, visualizzando l'antenna in stow position:

- z positivo se a partire da O va verso lo specchio primario
- y positivo se a partire da O va verso Sud
- x positivo se a partire da O va verso Est
- θx (rotazione semplice attorno x) positivo se rotazione antioraria (guardando le x positive)
- θy (rotazione semplice attorno y) positivo se rotazione antioraria (guardando le y positive)

Il tutto è schematizzato nella figura 3.1.1.

SEMPLIFICAZIONI: verranno fatte due ipotesi semplificative, la prima consiste nell'assimilare l'angolo di rotazione con la sua tangente (o il suo seno). Questo consente di lavorare con sistemi di 5 equazioni lineari in cinque incognite e rende molto semplice l'inversione della matrice dei coefficienti.

La seconda consiste nell'assumere che ciascun attuatore Z percorra una retta parallela all'asse cartesiano z; in questo modo si viene a descrivere una geometria a triangoli rettangoli, il che facilita notevolmente la determinazione delle equazioni.

In sostanza queste due semplificazioni conducono al metodo già utilizzato da TIW per determinare le equazioni nella vecchia versione della meccanica subriflettore [ref. 2].

Oltre a questa elaborazione se ne accennerà un'altra che riduce l'approssimazione e consiste nel considerare che ogni attuatore Z percorra, più realisticamente, un arco di cerchio, con il chè si descrive una geometria a triangolo isoscele. Tale ulteriore elaborazione ha semplicemente lo scopo di quantificare l'errore introdotto dalla precedente semplificazione, il che spiega perchè è fatta solo sull'attuatore più semplice da calcolare, o comunque di utilizzarla se proprio si dovesse avere bisogno di maggior precisione nella determinazione delle corse e/o della posizione del subriflettore. A questo scopo, in questa seconda determinazione, verrà rilasciata anche la approssimazione tg θ = θ =sen θ .

In fig. 3.1.2 viene ripetuto sul piano il sistema di riferimento e sono aggiunte le quote del triangolo equilatero a cui sono connessi gli attuatori Z.

Da ultimo si ricorda che uno degli scopi della nuova meccanica subriflettore è quello di "puntare" i feed spostati lateralmente nella vertex room. Tale spostamento deve essere effettuato rispetto non al centro O bensì rispetto al fuoco primario cosicchè verranno anche determinate le equazioni del moto prendendo come centro degli assi cartesiani questo punto.



Fig.3.1.1



- le quote v, l, f vengous dal ref. 2 e sono state anche verificate micuvando gli allacchi della vetroresina.



fig.3.1.2

3.2 Determinazione delle equazioni "dirette" (approssimate).

Si intende, fissata la corsa dei cinque attuatori ricavare lo spostamento del subriflettore.

Siano $AX_0, AY_0, AZ_{10}, AZ_{20}, AZ_{30}$ le posizioni degli attuatori quando il subriflettore è allineato con lo specchio primario ad elevazione=45°, cioè se gli attuatori hanno quelle quote il centro del triangolo subriflettore coincide con il centro O degli assi cartesiani. Nella pratica questi cinque valori possono essere benissimo assunti come nulli. Al fine della congruenza dei segni nelle equazioni è necessario qui precisare che nella nostra configurazione (si immagini l'antenna in stow position):

- se gli attuatori AZ si muovono verso lo specchio primario a partire da AZ_0 la quota AZ- AZ_0 assume valori positivi
- se l'attuatore AY si muove allontanandosi dallo specchio primario a partire da AY_0 la quota $AY-AY_0$ assume valori positivi
- se l'attuatore AX si muove verso est a partire da AX₀ la quota AX-AX₀ assume valori positivi

- MUOVE SOLO AX -

 $x = AX - AX_0$ $\mathbf{y} = \mathbf{0}$ z = 0 $\theta x = 0$ $\theta_{\rm V} = 0$ - MUOVE SOLO AY - $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ $y = (AY - AY_0)\cos^{\circ}$ $z = -(AY - AY_0)sen8^\circ$ $\theta \mathbf{x} = \mathbf{0}$ $\theta v = 0$ - MUOVE SOLO AZ1 (fig. 3.2.1) - $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ y = 0 $z = (AZ1 - AZ1_0)f/r$ $\theta x = (AZ1 - AZ1_0)/r$ $\theta \mathbf{v} = \mathbf{0}$ - MUOVE SOLO AZ2 (fig. 3.2.2) - $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ $\mathbf{y} = \mathbf{0}$ $z = (AZ2 - AZ2_0)(r - f)/2r$ $\theta x = -(AZ2 - AZ2_0)/2r$

```
\theta y = (AZ2-AZ2_0)/l

- MUOVE SOLO AZ3 (fig. 3.2.3) -

x = 0

y = 0

z = (AZ3-AZ3_0)(r-f)/2r

\theta x = -(AZ3-AZ3_0)/2r

\theta y = -(AZ3-AZ3_0)/l

- EQUAZIONI DEL MOTO "DIRETTE" -
```

```
 \begin{array}{l} x = AX - AX_{0} \\ y = (AY - AY_{0})^{*} cos8^{0} \\ z = -(AY - AY_{0})^{*} sen8^{0} + (AZ1 - AZ1_{0})^{*} f/r + (AZ2 - AZ2_{0})^{*} (r - f)/2r + (AZ3 - AZ3_{0})^{*} (r - f)/2r \\ \theta x = (AZ1 - AZ1_{0})/r - (AZ2 - AZ2_{0})/2r - (AZ3 - AZ3_{0})/2r \\ \theta y = (AZ2 - AZ2_{0})/l - (AZ3 - AZ3_{0})/l \end{array}
```

Calcolando le costanti che compaiono nel sistema di equazioni si può riscrivere

| $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{X}_{0}$ | mm |
|--|------------------|
| $y = 0.9903*(AY-AY_0)$ | mm |
| z =-0.1392*(AY-AY ₀)+0.3333*(AZ1-AZ1 ₀)+0.3333*(AZ2-AZ2 ₀)+0.3333* | $(AZ3-AZ3_0)$ mm |
| $\theta x = (AZ1 - AZ1_0)/1791 - (AZ2 - AZ2_0)/3582 - (AZ3 - AZ3_0)/3582$ | radianti |
| $\theta y = (AZ2 - AZ2_0)/2068 - (AZ3 - AZ3_0)/2068$ | radianti |



fig.3.2.1

3. Equazioni del moto del subriflettore.



fig.3.2.2

3. Equazioni del moto del subriflettore.



fig.3.2.3

3.3 Determinazione delle equazioni "inverse" (approssimate).

Si scriva ora il sistema di equazioni trovato in forma matriciale così che sia utile per calcolare le equazioni del moto "inverse".

| X | = | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | AX-AX ₀ | |
|----|---|---|--------|-----|----------|----------|----------------------|---|
| y | = | 0 | cos8° | 0 | 0 | 0 | AY-AY ₀ | |
| z | = | 0 | -sen8° | f/r | (r-f)/2r | (r-f)/2r | AZ1-AZ1 |) |
| θx | = | 0 | 0 | 1/r | -1/2r | -1/2r | AZ2-AZ20 | |
| θy | = | 0 | 0 | 0 | 1/1 | -1/1 | AZ3-AZ3 ₀ | |

Il determinante dei coefficienti è

 $det = [f/2r^2l + (r-f)/2r^2l + f/2r^2l + (r-f)/2r^2l]*\cos 8^\circ = -(\cos 8^\circ)/rl$ Il che determina la seguente espressione matriciale inversa

| AX-AX ₀ | = | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | X |
|--------------------|---|---|---------|---|-------|------|----|
| AY-AY ₀ | = | 0 | 1/cos8° | 0 | 0 | 0 | y |
| AZ1-AZ10 | = | 0 | tg8° | 1 | (r-f) | 0 | z |
| AZ2-AZ20 | = | 0 | tg8° | 1 | -f | 1/2 | θx |
| AZ3-AZ30 | = | 0 | tg8° | 1 | -f | -1/2 | θy |
| | | | | | | | |

che scritta esplicitamente diventa

| $\mathbf{AX} - \mathbf{AX}_{0} = \mathbf{x}$ | mm |
|--|----|
| $AY-AY_0 = y/\cos 8^\circ$ | mm |
| $AZ1-AZ1_0 = y^*tg8^0 + z + (r-f)^*\theta x$ | mm |
| $AZ2-AZ2_0 = y^*tg8^0 + z - f^*\theta x + (l/2)^*\theta y$ | mm |
| $AZ3-AZ3_0 = y^*tg8^0 + z - f^*\theta x - (l/2)^*\theta y$ | mm |

Calcolando le costanti diviene

| $AX-AX_0 = x$ | mm |
|---|----|
| $AY-AY_0 = 1.0098*y$ | mm |
| $AZ1-AZ1_0 = 0.1405*y + z + 1194*\theta x$ | mm |
| $AZ2-AZ2_0 = 0.1405^*y + z - 597^*\theta x + 1034^*\theta y$ | mm |
| $AZ3-AZ3_0 = 0.1405 * y + z - 597 * \theta x - 1034 * \theta y$ | mm |

3.4 Equazioni "dirette" (non approssimate).

La geometria che qui si considera è come in fig. 3.4.1, inoltre si evita la approssimazione tg θ = θ =sen θ . Il meccanismo di calcolo è qui diverso solo per i tre attuatori Z e il loro movimento determina in realtà anche uno spostamento in y (muove AZ1) o x,y (muove AZ2 e/o AZ3). Rimane identico al caso approssimato lo spostamento z. Viene riportato solo l'effetto del movimento di AZ1, il più semplice da calcolare, così da dare una idea quantitativa di quanto piccolo è lo spostamento in y non conteggiato nelle equazioni approssimate. Se oltre a questo si aggiungesse il contributo di AZ2 e AZ3 sarebbe dello stesso valore attenuato dal fatto che l'asse di rotazione è a 120° rispetto al caso di AZ1 (cioè rispetto agli assi coordinati).

- MUOVE SOLO AZ1 (fig. 3.4.1) -

x = 0y = f(1 - cos(2arcsen[(AZ1-AZ1_0)/2r]))

caso peggiore AZ1-AZ1₀ = 80mm \Rightarrow y = 0.6mm

 $z = fsen(2arcsen[(AZ1-AZ1_0)/2r])$

rispetto alla approssimazione sen θ = θ il valore di z cambia di soli 0.007mm

 $\theta x = 2 \arcsin[(AZ1 - AZ1_0)/2r]$ $\theta y = 0$



fig.3.4.1

3.5 Equazioni con il fuoco primario come centro di rotazione.

Finora tutte le equazioni sono state considerate aventi come centro di rotazione O (origine degli assi coordinati), il centro del "triangolo subriflettore". In realtà il puntamento dei ricevitori in vertex montati fuori centro deve essere effettuato considerando come centro di rotazione il fuoco primario, che si trova a una distanza D (nella sola direzione z) rispetto al centro prima detto. La correzione che ne risulta incide sostanzialmente solo sui valori di x ed y; la quota z che risulterebbe dalla rotazione è trascurabile, 0.76mm nel caso peggiore (si veda l'espressione in fig. 3.5.1). In pratica tutto va come se si facesse una rotazione sempre intorno ad O (θ x, θ y, o entrambi) e poi si traslasse il subriflettore lungo x o y o entrambi: in tal modo si va a puntare qualunque punto della vertex room (vedi la fig. 6 di ref. 7). La situazione geometrica è schematizzata in fig. 3.5.1 prendendo ad esempio una rotazione semplice attorno a y, lo stesso varrebbe attorno a x. Nel caso più generale di rotazione composta il punto da raggiungere ha coordinate (-Dtg θ y , Dtg θ x , 0 , θ x , θ y) e dunque, per trovare le escursioni degli attuatori atte a raggiungerlo, basterà sostituire queste coordinate nelle equazioni del paragrafo 3.3. Si ottiene quindi:

| $-\mathbf{D}^{*}\mathbf{tg}\mathbf{\theta}\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{A}\mathbf{X}_{0}$ | mm |
|---|----|
| $D tg\theta x \cos^{\circ} = (AY - AY_{0})$ | mm |
| $AZ1-AZ1_0 = y^*tg8^0 + z + (r-f)^*\theta x$ | mm |
| $AZ2-AZ2_0 = y^*tg8^0 + z - f^*\theta x + (l/2)^*\theta y$ | mm |
| $AZ3-AZ3_0 = y^*tg8^0 + z - f^*\theta x - (1/2)^*\theta y$ | mm |

D = 310.7 mm

ottenuto come differenza tra distanza fuoco primario piastre attacco sulla vetroresina del subriflettore (398.7mm) e distanza centro del "triangolo subriflettore" con le stesse piastre (88mm). Naturalmente è possibile sostituire a tg θ solo θ , questa assunzione fornisce una imprecisione facilmente calcolabile; nel caso di errore peggiore, $\theta=4^{\circ}$, si ha che tg $\theta=0.06993$ rad mentre $\theta=0.06981$ rad. La differenza in gradi tg θ - $\theta=0.0065^{\circ}$, questa approssimazione, trasformata in mm sul cerchio vertex room (distanza di 10030.4mm) dà un errore di posizione feed pari a 1.1mm.

Nella tabella 2 sono riportati i valori di cui muovere gli attuatori per effettuare il puntamento di tutti i punti della circonferenza vertex in un intervallo massimo di rotazione di $\pm 4^{\circ}$ (sia per θx che θy). Il passo angolare di calcolo è stato scelto in modo che nella circonferenza vertex che contiene i feed corrispondano punti contigui distanti 10° . La tabella va letta nel modo seguente: nelle colonne da 11 a 15 ci sono le escursioni degli attuatori cercati, nelle colonne 1,2 e 3,4 ci sono le rotazioni imposte (θx , θy), nelle colonne 3,4,5 e 8,9,10 le escursioni degli attuatori per sole rotazioni semplici. In tabella 1 invece si riportano i conti inversi, ora gli ingressi sono le escursioni degli attuatori e le uscite sono la posizione del subriflettore (colonne 14,...,18) oppure la rotazione semplice ottenuta (colonne 4,8). Come si vede le due tabelle sono congruenti, il che verifica che l'inversione del sistema di equazioni è corretto. Come è riportato in ref. 7, cap.5 sono state fatte anche misure dirette di movimento del subriflettore. Tali misure riportarono un raggio del cerchio 4^o, a distanza 8707.1mm, pari a 609mm. Se ora si fa il calcolo riferendosi alla fig. 3.5.1 si trova che a una stessa distanza di 8707.1mm il raggio del cerchio 4^o che ne consegue

3. Equazioni del moto del subriflettore.

risulterebbe di 607.7mm, cioè solo 1mm circa di errore, dovuto alla approssimazione tg θ = θ .



Fig.3.5.1



tab.2(moto.xls)



tab.1(moto.xls)

4. RIFERIMENTI

- Orfei A., Maccaferri G., Mariotti S., Morsiani M., Zacchiroli G.
 « Proposta operativa per un aggiornamento delle prestazioni della parabola VLBI di Medicina»
 Rapporto Interno IRA 206/95
- 2 TIW Manual «Subreflector Positioner 38-00-04- Equation of motion»
- 3 BCV Progetti «CNR-Istituto di Radioastronomia. Modifiche alle strutture di sostegno del subriflettore»
- 4 Monorchio A., Tofani G.
 «Calcolo delle prestazioni delle antenne di Medicina e Noto in presenza di rotazione angolare del subriflettore»
 Arcetri technical report 8/95
- 5 TIW SISTEMS, Inc. Procedure di allineamento TIW SB-038-AP.
- 6 A. Orfei, M. Morsiani, G. Zacchiroli, G. Maccaferri.
 «Il nuovo sistema di posizionamento del subriflettore e dei ricevitori in fuoco primario per l'antenna V.L.B.I. di Medicina.»
 Volume 2 di 4 «Implementazione dei servoazionamenti e parte elettrica.»
- 7 A. Orfei, M. Morsiani, G. Zacchiroli, G. Maccaferri.
 «Prestazioni della nuova meccanica subriflettore: sensibilità, ripetibilità e stabilità di puntamento.»
 Rapporto Interno IRA 236/97
- 8 A. Orfei, M. Morsiani, G. Zacchiroli, G. Maccaferri.
 "Il nuovo sistema di posizionamento del subriflettore e dei ricevitori in fuoco primario per l'antenna V.L.B.I. di Medicina."
 Volume 4 di 4 "Dimensionamento elettromeccanico ed equazioni del moto."
- 9 A. Orfei, G. Maccaferri, M. Morsiani, G. Zacchiroli. "Il nuovo sistema di posizionamento del subriflettore e dei ricevitori in fuoco primario per l'antenna V.L.B.I. di Medicina." Volume 3 di 4 "Software"
- 10 Elettronica Industriale «Manuale di riferimento software IBD600»