



INAF ISTITUTO NAZIONALE DI ASTROFISICA
ISTITUTO DI RADIOASTRONOMIA

v. Gobetti, 101 - 40129 BOLOGNA - ITALY

Riduzione dell' Incertezza nelle Misure di Temperatura di Rumore

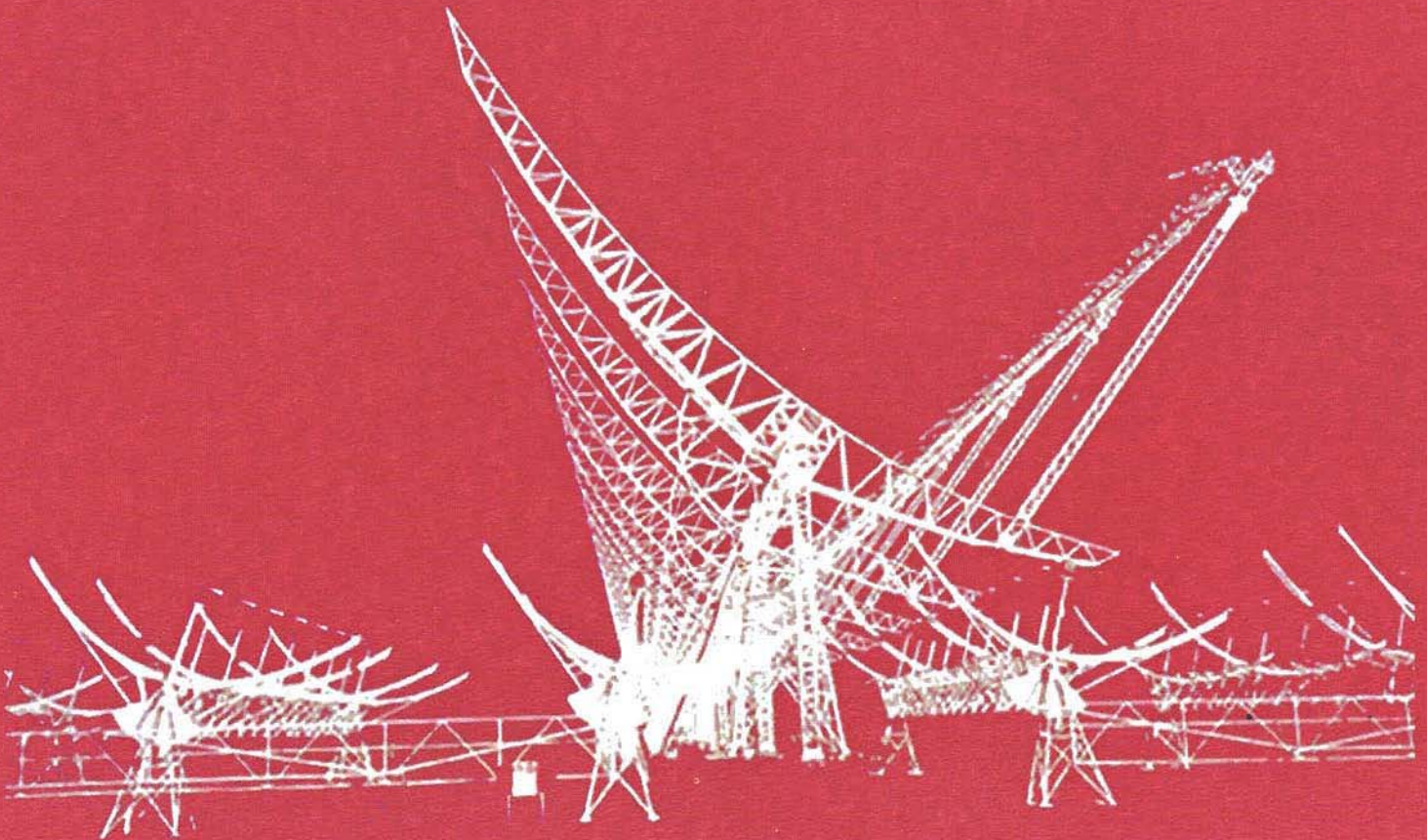
Tramite Accurata Calibrazione dei Generatori di Rumore

Marco De Dominicis

Sergio Mariotti

RAPPORTO INTERNO IRA N° 438 / 2010

RAPPORTO TECNICO



Prefazione

I lavori ed i metodi descritti in questo rapporto interno riguardano una attività svolta in collaborazione fra Ist. di Radioastronomia ed Università Tor Vergata, dip Ingegneria Elettronica.

Tale attività , svolta nell'anno 2003, ha comportato ricerca compilativa, sviluppo software, ricerca sperimentale e produzione di apparati di misura finalizzati anche al servizio dei laboratori di sviluppo di strumentazione radioastronomica per gli anni successivi.

Tutta l'attività svolta è stata documentata nel Capitolo 3 della seguente pubblicazione:

Università di Roma Tor Vergata - Facoltà di Ingegneria - Dipartimento di Ingegneria Elettronica
Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Telecomunicazione e Microelettronica XVI Ciclo, Febbraio 2004
Strumentazione e Metodologie per la Modellistica di Rumore di Dispositivi Attivi ad Alta Frequenza
Marco De Dominicis

Dal punto di vista tipografico, è stato riportato il testo in originale , pertanto la numerazione delle equazioni farà riferimento ad un “Capitolo 3” che di fatto non ha senso in questo Rapporto Interno. In ogni caso, i riferimenti incrociati fra testo e numerazione delle equazioni rimane valido; pertanto il fatto non pregiudica minimamente la comprensione.

Dal punto di vista tecnico, i lavori descritti non si possono considerare conclusi nell'anno 2003. Proprio per la natura stessa dei risultati prodotti (cioè la bassa incertezza di misura) è necessario il mantenimento del risultato negli anni, cioè una verifica periodica con standard metrologici di pari incertezza. A tutt'oggi tale verifica viene sostenuta.

Dicembre 2010

Capitolo 3

*Riduzione dell'incertezza nella
misura di rumore
mediante Accurata Calibrazione
dei Generatori di Rumore*

Riduzione dell'incertezza nella misura di rumore

Il continuo sviluppo di applicazioni nel campo delle telecomunicazioni, sia commerciali sia militari, sia terrestri sia satellitari, rende sempre più pressante la domanda di amplificatori di *front end* che introducano il minor rumore possibile, poiché da quest'ultimo dipendono fortemente le prestazioni del ricevitore e dell'intero collegamento: ottimizzare le prestazioni di rumore di un dato amplificatore equivale ad un risparmio notevole nel dimensionamento del collegamento e quindi ad una migliore qualità del servizio offerto. Inoltre, la sempre crescente domanda di servizi di comunicazione via satellite rende indispensabile l'utilizzo di nuove porzioni di spettro e, di conseguenza, di apparati elettronici che assicurino prestazioni ottimali a frequenze sempre più elevate.

A questo proposito, grazie al continuo progresso e miglioramento dei processi tecnologici, il mercato attuale offre nuovi dispositivi (*InP*) in grado di garantire basso rumore e alto guadagno per applicazioni a frequenze sempre più alte; è necessario al tempo stesso riuscire a sfruttare al meglio le loro potenzialità e, a tale scopo, sono indispensabili mezzi potenti di caratterizzazione per i dispositivi attivi ad alta frequenza. La conoscenza del comportamento nei confronti del rumore e a piccolo segnale di un transistor consente al progettista di ottimizzare le prestazioni di rumore e di guadagno, per ottenere il miglior compromesso possibile. Nasce così l'esigenza di studiare il comportamento rumoroso di dispositivi per applicazioni ad alta frequenza allo scopo di ricavare una dettagliata descrizione delle loro proprietà rumorose al fine di un loro impiego ottimale nei sistemi in cui operano.

D'altra parte la direzione verso l'utilizzo di dispositivi, amplificatori, ricevitori con prestazioni di rumore sempre più elevate implica una maggiore difficoltà nel

misurarne le caratteristiche. E' noto infatti che il risultato di una qualunque misura di una qualunque grandezza fisica è solo un'approssimazione o stima del valore della specifica grandezza oggetto della misura: il risultato è completo solo quando è accompagnato da un'incertezza di misura; è evidente che un risultato di una misura di cifra di rumore del tipo $NF=0.7dB\pm 0.5dB$ può aver poco senso.

Lo scopo di questo capitolo è quello di identificare le cause molteplici di incertezza associate alla misura di fattore di rumore; individuare quella (o quelle) tra queste che dà il contributo più elevato all'incertezza combinata e descrivere come sia possibile diminuirla. Più in dettaglio:

- è eseguita un'analisi delle cause d'incertezza nella misura di fattore di rumore: si osserva che il contributo maggiore è dovuto all'incertezza dell'Excess Noise Ratio della sorgente di rumore; una sensibile diminuzione dell'incertezza di misura è quindi possibile tramite una accurata e periodica calibrazione della sorgente presso uno dei laboratori di standardizzazione internazionali (NPL, NIST);
- purtroppo la calibrazione in uno dei laboratori citati è estremamente costosa, in particolar modo se il range di frequenza è molto esteso; per questo motivo si è deciso di effettuare una calibrazione dell'ENR della sorgente nel laboratorio delle alte frequenze del dipartimento di Ingegneria Elettronica;
- è ricavata l'*equazione del radiometro* ed è progettato ed assemblato un banco di misura con i componenti a disposizione nel laboratorio; indispensabile è l'utilizzo di uno standard di riferimento secondario di temperatura di rumore, di proprietà del CNR – Istituto di Radioastronomia di Medicina (Bo); il banco di misura è automatizzato mediante il controllo remoto degli strumenti da PC, con un software scritto in *MATLAB*[®];
- è eseguita una campagna di misure su tre sorgenti di rumore, nel range di frequenza 1-40 GHz. Il post processing della grande quantità di dati misurati è eseguito con un software scritto in *MATLAB*[®] e fornisce come uscita il valore dell'ENR della sorgente;

- per calcolare l'incertezza associata al valore dell'ENR misurato è effettuata un'analisi dell'incertezza del banco di misura adoperato; l'incertezza RSS calcolata è uguale a ± 0.06 dB (@ 18 GHz) che, confrontata con quella riportata nei data sheets pari a ± 0.2 dB, significa un miglioramento notevole in termini di incertezza nella misura di rumore.

Quest'attività ha richiesto un impegno costante per quasi sei mesi, ma ha permesso e permetterà di calibrare le sorgenti di rumore autonomamente e con un'incertezza estremamente bassa. A nostra conoscenza si tratta di una facility di misura unica in Italia.

1. Incertezza di misura: definizione, classificazione e sua espressione

In generale il risultato di una misura è solo un'approssimazione o stima del valore della grandezza oggetto della misura, detta misurando, ed il risultato è completo solo se accompagnato dalla definizione quantitativa della sua incertezza [1], [2]. L'incertezza del risultato di una misura è solitamente costituita da molte componenti che possono essere raggruppate in base al metodo utilizzato per stimarne il loro valore numerico:

- A. quelle componenti valutate tramite un'analisi statistica di molteplici osservazioni,
- B. quelle componenti valutate in altro modo.

Non c'è una esatta corrispondenza tra la classificazione dell'incertezza nelle categorie di tipo *A* e tipo *B* e in quella, comunemente usata, tra componenti *random* e componenti *sistematiche*.

Ogni componente dell'incertezza del risultato di una misura, comunque essa sia valutata, è rappresentata da una deviazione standard stimata detta *incertezza standard*, indicata con il simbolo u_i , ed uguale alla radice quadrata (positiva) della

varianza stimata, u_i^2 . Una componente dell'incertezza appartenente alla categoria A è rappresentata da una deviazione standard stimata in maniera statistica s_i , uguale alla radice quadrata (positiva) della varianza stimata in maniera statistica, s_i^2 . Per una componente di questo tipo l'incertezza standard è quindi $u_i = s_i$.

In maniera analoga una componente dell'incertezza appartenente alla categoria B è rappresentata dalla quantità u_j , considerata un'approssimazione della corrispondente deviazione standard; essa è uguale alla radice quadrata (positiva) di u_j^2 , considerata un'approssimazione della corrispondente varianza che può essere ottenuta facendo un'assunzione sulla distribuzione di probabilità basata su tutte le informazioni a disposizione. Poiché u_j è trattata come una deviazione standard, per questa componente l'incertezza standard è uguale semplicemente a u_j .

L'incertezza standard combinata del un risultato di una misura, indicata con u_c , rappresenta la deviazione standard stimata del risultato. Si ottiene combinando le singole incertezza standard, sia quelle provenienti da valutazioni di tipo A , sia quelle provenienti da valutazioni di tipo B , utilizzando la legge di propagazione delle incertezze, cfr. Appendice A. Sebbene l'incertezza standard combinata sia utilizzata per esprimere l'incertezza di molti risultati di misura, alcune applicazioni commerciali e industriali richiedono una misura dell'incertezza che definisca un intervallo nell'intorno del risultato della misura y dentro il quale il valore Y del misurando si trovi in maniera confidente. L'incertezza che soddisfa tale caratteristica è detta *incertezza espansa*, viene indicata con U , ed è ottenuta moltiplicando incertezza standard combinata per un determinato *fattore di copertura* k : si ha così $U = k u_c(y)$, il che significa che confidentemente si ha $y - U \leq Y \leq y + U$, o più comunemente $Y = y \pm U$. In generale il valore del fattore di copertura è scelto in base al desiderato livello di confidenza; tipicamente k varia tra 2 e 3: quando y ha una distribuzione Gaussiana, $U = 2u_c$ (cioè $k = 2$) definisce un intervallo con un

livello di confidenza approssimativamente del 95%, $U = 3u_c$ (cioè $k = 3$) definisce un intervallo con un livello di confidenza approssimativamente del 99%.

2. Incertezza nella misura di fattore di rumore

L'equazione che esprime il fattore di rumore di due stadi in cascata è:

$$F_{12} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} \quad (3.1)$$

dove:

- F_1 è il fattore di rumore (lineare) del *device under test* (DUT);
- F_2 è il fattore di rumore (lineare) dello strumento di misura;
- F_{12} è il fattore di rumore (lineare) del sistema completo (DUT e strumento di misura);
- G_1 è il guadagno (lineare) del DUT.

Poiché è d'interesse l'incertezza nella misura del fattore di rumore del DUT, la (3.1) può essere invertita:

$$F_1 = F_{12} - \frac{F_2 - 1}{G_1} \quad (3.2)$$

La legge di propagazione dell'incertezza (Appendice A), applicata all'equazione di misura (3.2), permette di ottenere l'incertezza combinata associata alla misura del fattore di rumore F_1 (nell'ipotesi in cui le fonti di incertezza siano tra loro scorrelate):

$$u_c^2(F_1) = \left(\frac{\partial F_1}{\partial F_{12}} \right)^2 u^2(F_{12}) + \left(\frac{\partial F_1}{\partial F_2} \right)^2 u^2(F_2) + \left(\frac{\partial F_1}{\partial G_1} \right)^2 u^2(G_1) \quad (3.3)$$

dove:

- $u_c(F_1)$ è l'incertezza standard combinata associata alla misura del fattore di rumore del DUT (F_1);

- $u(F_{12})$ è l'incertezza standard associata alla misura del fattore di rumore del sistema completo (F_{12});
- $u(F_2)$ è l'incertezza standard associata alla misura del fattore di rumore dello strumento di misura (F_2);
- $u(G_1)$ è l'incertezza standard associata alla misura del guadagno del DUT (G_1).

Si osservi che le incertezze standard $u(F_{12})$, $u(F_2)$ e $u(G_1)$ sono a loro volta delle incertezze combinate avendo diverse componenti; in particolare l'incertezza standard $u(F_{12})$ ha componenti che dipendono da:

- incertezza associata al valore dell' Excess Noise Ratio (ENR) della sorgente di rumore,
- incertezza dovuta al mismatch tra sorgente di rumore ed ingresso del DUT,
- incertezza dovuta alla non linearità del detector;

analogamente l'incertezza standard $u(F_2)$ ha componenti che dipendono da:

- incertezza associata al valore dell' ENR della sorgente di rumore,
- incertezza dovuta al mismatch tra sorgente di rumore e sistema di misura,
- incertezza dovuta alla non linearità del detector;

mentre l'incertezza standard $u(G_1)$ ha componenti che dipendono da:

- incertezza dovuta al mismatch tra sorgente di rumore ed ingresso del DUT e tra uscita del DUT e sistema di misura,
- incertezza dovuta alla non linearità del detector,
- incertezza dovuta alla ripetibilità del guadagno (stabilità del sistema di misura)ⁱ,
- incertezza dovuta alla correzione degli attenuatori a IFⁱⁱ.

ⁱ L'incertezza dovuta alla ripetibilità del guadagno del sistema di misura è ± 0.1 dB per l'8970B (incertezza espansa con fattore di copertura k pari a 3) e ± 0.2 dB per il test set nel caso di misure *SSB* (sempre k uguale a 3) [3].

I coefficienti di sensibilità, che compaiono nella (3.3), si calcolano dalla (3.2) calcolandone le derivate parziali:

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_1}{\partial F_{12}} &= 1 \\ \frac{\partial F_1}{\partial F_2} &= -\frac{1}{G_1} \\ \frac{\partial F_1}{\partial G_1} &= \frac{F_2 - 1}{G_1^2}\end{aligned}$$

cosicché l'equazione (3.3) può essere espressa così:

$$u_c^2(F_1) = u^2(F_{12}) + \left(\frac{1}{G_1}\right)^2 u^2(F_2) + \left(\frac{F_2 - 1}{G_1^2}\right)^2 u^2(G_1) \quad (3.4).$$

Poiché solitamente si lavora in unità logaritmiche è bene riscrivere la relazione (3.4) esprimendo le incertezze standard in dB; a tal proposito dalla relazione tra cifra e fattore di rumore:

$$NF_1 = 10 \log(F_1)$$

differenziando si ottiene:

$$\frac{\partial NF_1 (dB)}{\partial F_1} = \frac{10}{F_1} \log_{10}(e) = \frac{4.34}{F_1}$$

e quindi, invertendo:

$$\partial F_1 = \frac{F_1}{4.34} \partial NF_1 (dB) \quad (3.5)$$

La stessa relazione può essere scritta per le altre grandezze presenti nella (3.4):

$$\partial F_{12} = \frac{F_{12}}{4.34} \partial NF_{12} (dB) \quad (3.6)$$

$$\partial F_2 = \frac{F_2}{4.34} \partial NF_2 (dB) \quad (3.7)$$

ⁱⁱ I valori di correzione sono determinati durante la calibrazione dello strumento e memorizzati nella sua ROM.

$$\partial G_1 = \frac{G_1}{4.34} \partial G_1^{dB} \quad (3.8)$$

Le relazioni trovate insieme alla (3.4) permettono di ricavare la relazione cercata [4], [5]ⁱⁱⁱ:

$$u_c^2(NF_1) = \left(\frac{F_{12}}{F_1}\right)^2 u^2(NF_{12}) + \left(\frac{F_2}{F_1 G_1}\right)^2 u^2(NF_2) + \left(\frac{F_2 - 1}{F_1 G_1}\right)^2 u^2(G_1^{dB}) \quad (3.9)$$

Le misure di fattore di rumore sono effettuate utilizzando una sorgente di rumore calibrata e caratterizzata da uno specifico valore di ENR; questo valore sarà chiaramente affetto da un'incertezza standard $u(ENR)$ che contribuirà a determinare sia $u(F_2)$, sia $u(F_{12})$. Esplicitando il contributo di $u(ENR)$ da $u(F_{12})$ e $u(F_2)$ si può riscrivere la (3.9) nel modo seguente (cfr. Appendice B)^{iv}:

$$u_c^2(NF_1) = \left(\frac{F_{12}}{F_1}\right)^2 u^2(NF_{12}) + \left(\frac{F_2}{F_1 G_1}\right)^2 u^2(NF_2) + \left(\frac{F_2 - 1}{F_1 G_1}\right)^2 u^2(G_1^{dB}) + \left(\frac{F_{12}}{F_1} - \frac{F_2}{F_1 G_1}\right)^2 u^2(ENR^{dB}) \quad (3.10).$$

3. Esempio di calcolo dell'incertezza

In questo paragrafo è presentato un esempio di calcolo dell'incertezza della misura di fattore di rumore utilizzando il Noise Figure Meter (NFM) HP8970B [5]; lo scopo dell'esempio è quello di mettere in risalto quelle, tra le tante componenti, che danno il maggior contributo all'incertezza combinata della misura di rumore. I dati di misura utilizzati nell'esempio sono riportati in Tabella 1.

ⁱⁱⁱ Si osservi che, sebbene le incertezze siano espresse in unità logaritmiche, i loro coefficienti moltiplicativi sono espressi in lineare.

^{iv} Si faccia attenzione al fatto che le incertezze $u(NF_{12})$ e $u(NF_2)$ che compaiono nell'equazione (3.10) non hanno componenti che dipendono dall'incertezza associata all'ENR in quanto tale contributo è stato estratto ed esplicitato nell'equazione suddetta.

Grandezza	dB	Lineare
F_1	3	2
F_2	10	10
G_1	15	31.6
F_{12}	3.58	2.28

Tabella 1: Valori delle quantità misurate espressi in dB e in lineare

I coefficienti delle incertezze che compaiono nell'equazione (3.10) sono calcolati e riportati nella Tabella 2.

Quantità	Valore
F_{12}/F_1	1.14
F_2/F_1G_1	0.16
$(F_2-1)/F_1G_1$	0.14
$(F_{12}/F_1)-(F_2/F_1G_1)$	0.98

Tabella 2: Valori dei coefficienti delle incertezze dell'equazione (3.10)

Al fine di calcolare le incertezze dovute al disadattamento presente alle varie interfacce riportiamo in Tabella 3 i valori dei coefficienti di riflessione misurati o quelli quotati nei manuali.

Interfaccia	VSWR	Coefficiente di riflessione ρ
Uscita della sorgente	1.1	0.048
Ingresso DUT	1.5	0.200
Uscita DUT	1.5	0.200
Ingresso strumento	1.8	0.286

Tabella 3: Adattamenti presenti alle interfacce

Per il calcolo dell'incertezza dovuta al disadattamento presente ad un'interfaccia si procede in questo modo [6], [7]:

- si calcola l'incertezza negativa, pari a $-20 \log(1 - \rho_{left} \rho_{right})$;
- si calcola l'incertezza positiva, pari a $-20 \log(1 + \rho_{left} \rho_{right})$;
- si sceglie tra le due la più grande.

Interfaccia	Inc. neg.	Inc. pos.	Inc. max	Simbolo
Sorgente - DUT	0.083	0.082	0.083	$u(NS - DUT)$
Sorgente - Strumento	0.119	0.117	0.119	$u(NS - Ins)$
DUT - Strumento	0.511	0.483	0.511	$u(DUT - Ins)$

Tabella 4: Incertezze dovute ai disadattamenti

Per calcolare l'incertezza combinata finale è necessario conoscere altre due componenti delle incertezze: l'incertezza standard dello strumento associata alla misura di fattore di rumore, pari a ± 0.05 dB e indicata con $u(NF_{ins})$, e l'incertezza standard associata alla misura di guadagno pari a ± 0.15 dB^v e indicata con $u(G_{ins})$.

Utilizzando la legge di propagazione delle incertezze si possono ottenere le incertezze associate alla misura di F_{12} , F_1 e G_1 ^{vi}:

$$\begin{aligned} u(NF_{12}) &= \sqrt{u(NS - DUT)^2 + u(NF_{ins})^2} = \\ &= \sqrt{(0.083)^2 + (0.05)^2} = 0.097 \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} u(NF_2) &= \sqrt{u(NS - Ins)^2 + u(NF_{ins})^2} = \\ &= \sqrt{(0.119)^2 + (0.05)^2} = 0.129 \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} u(G_1) &= \sqrt{u(NS - DUT)^2 + u(NS - Ins)^2 + u(DUT - Ins)^2 + u(G_{ins})^2} = \\ &= \sqrt{(0.083)^2 + (0.119)^2 + (0.511)^2 + (0.15)^2} = 0.552 \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$u(ENR^{dB}) = 0.1$$

Le incertezze calcolate vanno moltiplicate per gli opportuni coefficienti; i risultati sono riportati in Tabella 5.

^v Questi valori dell'incertezza sono quotati nel manuale dello strumento e hanno delle componenti che dipendono, come visto in uno dei paragrafi precedenti, dalla linearità (o non linearità !) del detector, dalla stabilità del guadagno del sistema di misura, dalla correzione del valore degli attenuatori a IF.

^{vi} Nelle formule seguenti, volutamente, sono sommati numeri espressi in lineare con numeri espressi in dB, visto che $\log_{10}(1 + \Delta x) \cong \Delta x$ per $\Delta x \cong 0$.

Termine dell'eq. (3.10)	Valore (dB)
$(F_{12}/F_1) * u(NF_{12})$	0.11
$(F_2/F_1G_1) * u(NF_2)$	0.02
$((F_2-1)/F_1G_1) * u(G_1)$	0.077
$((F_{12}/F_1)-(F_2/F_1G_1)) * u(ENR^{dB})$	0.098

Tabella 5: Valore dei termini dell'equazione (3.10)

A questo punto rimane solo da calcolare l'incertezza combinata utilizzando l'equazione (3.10); si ottiene:

$$u_c(NF_1) = \pm\sqrt{0.11^2 + 0.02^2 + 0.077^2 + 0.098^2} = \pm 0.167 \text{ dB} \quad (3.14).$$

La cifra di rumore dell'amplificatore dell'esempio è quindi $3 \text{ dB} \pm 0.17 \text{ dB}$. Dalla Tabella 5 si vede che le incertezze $u(NF_{12})$ e $u(ENR^{dB})$ hanno il maggior peso sull'incertezza combinata finale. E' evidente quindi che una delle vie che portano alla riduzione dell'incertezza sulla misura di fattore di rumore passa necessariamente per una riduzione dell'incertezza sul valore di ENR [8], [9].

Le sorgenti di rumore sono vendute assieme ad un report di calibrazione in cui il valore dell'ENR della sorgente è elencato al variare della frequenza; l'incertezza associata a tale valore è pari a $\pm 0.2 \text{ dB}$ (si tratta di un valore di incertezza standard medio; in realtà esso dipende dalla frequenza). Quest'incertezza è accettabile per molte applicazioni, ma può risultare anche inadeguata quando il fattore di rumore da misurare sia molto basso. A tal proposito si deve rammentare il grande progresso tecnologico, lo sviluppo di nuovi materiali e nuovi processi che hanno dato alla luce dispositivi attivi con cifre di rumore bassissime a frequenze sempre più elevate; spesso poi, alla ricerca di prestazioni estreme, i dispositivi sono raffreddati a temperature criogeniche, dove presentano rumore estremamente più basso che a temperatura ambiente; in tutti questi contesti un'incertezza sull'ENR pari a $\pm 0.2 \text{ dB}$ può risultare inaccettabile.

Le sorgenti di rumore non sono calibrate utilizzando gli standard di temperatura di rumore primari (di riferimento mondiale), mantenuti presso i laboratori di standardizzazione americano, National Institute of Standards and Technology (NIST), e inglese, National Physical Laboratory (NPL), ma degli standard di temperatura di rumore secondari (o addirittura di generazione successiva), cioè a loro volta calibrati con standard primari. E' evidente che ogni processo di calibrazione, da quello effettuato presso il laboratorio di standardizzazione, eseguito riferendosi a carichi primari, a quello finale della sorgente di rumore, eseguito rispetto a standard di trasferimento, introduce una incertezza addizionale, sebbene piccola.

Risultato di questa serie di calibrazioni è che le sorgenti di rumore disponibili in commercio sono quotate con dei valori di incertezza (± 0.2 dB^{vii} [10],[11]) che, per particolari applicazioni, possono risultare inaccettabili.

E' chiaro che una riduzione dell'incertezza associata all'ENR sarebbe possibile facendo calibrare la sorgente di rumore presso uno dei due laboratori di standardizzazione; un servizio di questo tipo ha però dei costi elevatissimi: si parla di qualcosa come 3000 \$ (mediamente) [12] per ogni punto in frequenza; la calibrazione di una sorgente di rumore 10 MHz – 40 GHz verrebbe a costare più di 100000 \$!

Nel caso in cui si disponga di un carico di riferimento fisicamente termostato è possibile tentare una procedura di calibrazione della sorgente di rumore, descritta ampiamente nei paragrafi che seguono, con lo scopo di ridurre il valore di incertezza rispetto a quello quotato dal costruttore (*Noise/Com*[®] o *Agilent Technologies*[®]).

^{vii} Il report di calibrazione della sorgente HP346C (S/N 3228A02283) riporta i seguenti valori di incertezza (RSS) dell'ENR:

- 10 MHz - 18 GHz: ± 0.18 dB
- 18 GHz – 26.5 GHz: ± 0.25 dB

4. Calibrazione della sorgente di rumore

Misurare l'ENR della sorgente di rumore equivale a misurare la sua temperatura di rumore T_H (cfr. (B.5)). Si ricordi che T_H è per definizione quella temperatura che fornisce una potenza, uscente dalla sorgente, pari a $P_H = kT_H \Delta f$, quando essa è connessa ad un carico adattato ($\Gamma = 0$), Fig. 1, [13], [14].

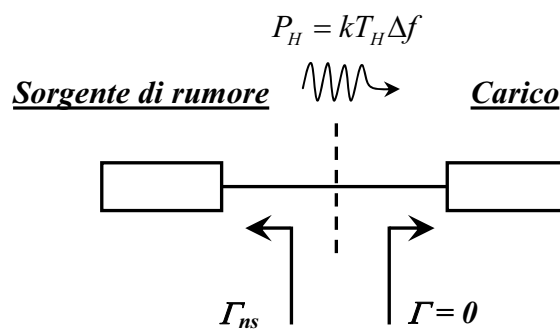


Fig. 1: Definizione di temperatura di rumore di una sorgente di rumore

Temperatura di rumore e temperatura di rumore equivalente di una sorgente di rumore non vanno confuse: la temperatura di rumore equivalente è quella temperatura che fornisce una potenza, uscente, pari a $P_H^{av} = kT_H^{av} \Delta f$, quando questa è connessa ad un carico adattato in maniera coniugata, Fig. 2.

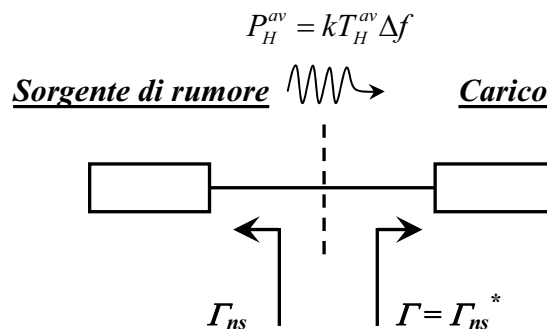


Fig. 2: Definizione di temperatura di rumore equivalente di una sorgente di rumore

La relazione tra temperatura di rumore e temperatura di rumore equivalente di una sorgente di rumore è:

$$T_H = T_H^{av} (1 - |\Gamma_{ns}|^2) \quad (3.15)$$

dove Γ_{ns} è il coefficiente di riflessione della sorgente; è chiaro che nel caso in cui questa sia bene adattata temperatura di rumore e temperatura di rumore equivalente sono molto simili^{viii}.

Il procedimento utilizzato per calibrare la sorgente di rumore è basato sul confronto della temperatura di rumore incognita (T_H) con due temperature (termodinamiche) note con un'incertezza sufficientemente piccola. Gli standard di temperatura utilizzati sono due carichi adattati: il primo si trova alla temperatura ambiente (circa 300 K), l'altro si trova in un bagno di azoto liquido (circa 77 K), quindi fisicamente termostato. Il carico freddo^{ix} (di proprietà del CNR - Istituto di Radioastronomia) ha una temperatura di rumore all'uscita fornita dal costruttore con una incertezza molto più piccola di quella di una comune sorgente di rumore a stato solido.

La procedura di calibrazione può essere suddivisa, dal punto di vista concettuale, in due fasi distinte: la prima, in cui utilizzando i due standard di temperatura (carico freddo e carico a temperatura ambiente) è determinata la temperatura di rumore del radiometro^x; la seconda fase in cui, con un'altra misura, è determinata la temperatura di rumore della sorgente.

Poiché è noto che le misure fatte utilizzando carichi raffreddati con azoto liquido sono delicate, soggette a drift e dipendenti dall'abilità dell'operatore, è

^{viii} Ad esempio una sorgente di rumore con -25 dB di adattamento e una temperatura di rumore di 1000 K ha una temperatura di rumore equivalente uguale a 1003.2 K (con una differenza dello 0.32 %); se l'adattamento è -30 dB, la temperatura di rumore equivalente vale 1001.0 K (con una differenza dello 0.10 %).

^{ix} In realtà, dovendo calibrare sorgenti di rumore fino a 40 GHz, si usano tre diversi carichi: il primo connettorizzato in 7mm, utilizzabile fino a 18 GHz, prodotto e venduto dalla *Maury Microwave*[®]; gli altri due in guida d'onda WR 42 e WR 28, assemblati in casa e utilizzabili rispettivamente nelle bande 18-26 GHz e 26-40 GHz.

^x Con il termine radiometro si intende, in questo contesto, il sistema utilizzato per eseguire la misura di potenza di rumore.

necessario realizzare un banco di misura automatizzato, controllato da un personal computer, e prestare una cura particolare all'utilizzo e al funzionamento del carico freddo. Lo schema di principio del set up di misura adottato è mostrato in Fig. 3.

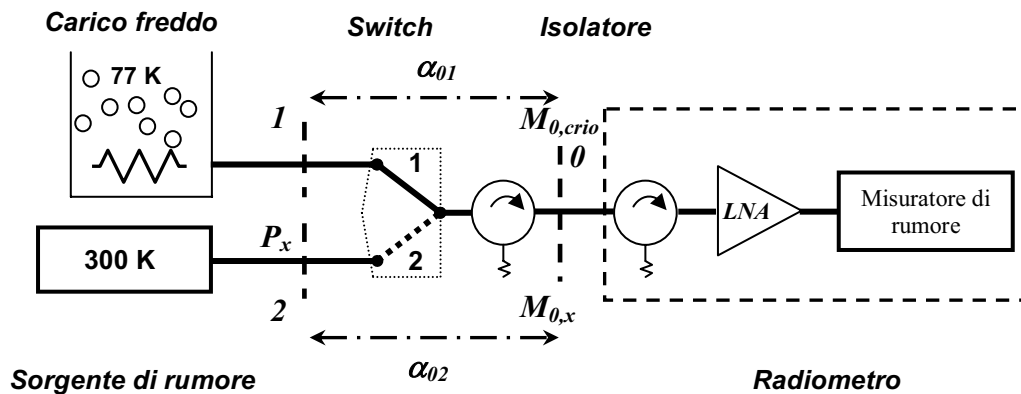


Fig. 3: Schema di principio del set up di misura utilizzato per la calibrazione della sorgente di rumore

La sorgente di rumore da caratterizzare è inizialmente spenta; essa si comporta come un carico adattato alla temperatura ambiente T_a , e pertanto fornisce una potenza di rumore disponibile pari a $kT_a\Delta f^{xi}$ al piano di riferimento 2. In questa configurazione si esegue la prima misura di potenza di rumore. Lo switch commuta quindi nella posizione 1, in cui vede il carico freddo (con temperatura di rumore equivalente T_{crio}), e si esegue la seconda misura di potenza: queste due misure sono utilizzate per calcolare la temperatura di rumore T_e del radiometro.

A questo punto la sorgente di rumore a stato solido viene accesa: al piano di riferimento 2 si ha una potenza di rumore pari a $kT_H\Delta f^{xii}$; lo switch commuta nella posizione 2 e si esegue la terza misura di potenza, da cui è possibile determinare la temperatura di rumore della sorgente, T_H .

^{xi} In realtà si deve tenere in conto la correzione di Planck (cfr. Appendice C).

^{xii} Su 50Ω .

4.1 L'equazione del radiometro

In questo paragrafo è ricavata l'equazione di misura che mette in relazione la temperatura di rumore equivalente (incognita) della sorgente, T_x , alle temperature di rumore dei carichi di riferimento e alle potenze misurate dal radiometro. Tale equazione prende il nome di *equazione del radiometro* [15],[16].

La configurazione del set up di misura e i piani di riferimento di interesse sono mostrati in Fig. 3. Le potenze disponibili sono indicate con la lettera maiuscola P , mentre quelle entranti sono indicate con la lettera minuscola p ; α_{ij} indica il rapporto di potenze disponibili ai piani di riferimento i e j ; $M_{0,x}$ indica il coefficiente di disadattamento alla sezione 0 , per una data configurazione del set up.

La potenza entrante al piano di riferimento 0 , quando lo switch è nella posizione 2 e la sorgente di rumore è accesa, è:

$$p_{0,x} = M_{0,x}\alpha_{02}P_x + M_{0,x}[1 - \alpha_{02}]P_a + p_{e,x} \quad (3.16)$$

dove:

- P_x è la potenza disponibile al piano di riferimento 2 fornita dalla sorgente di rumore (accesa);
- α_{02} è il rapporto tra le potenze disponibili ai piani di riferimento 0 e 2;
- $M_{0,x}$ è il coefficiente di mismatch al piano di riferimento 0;
- p_{ex} è la potenza di rumore equivalente in ingresso del radiometro;
- P_a è la potenza disponibile dovuta alla temperatura ambiente, pari a $kT_a\Delta f$.

In maniera simile quando lo switch è nella posizione 1, la potenza entrante al piano di riferimento 0 vale:

$$p_{0,crio} = M_{0,crio}\alpha_{01}P_{crio} + M_{0,crio}[1 - \alpha_{01}]P_a + p_{e,crio} \quad (3.17)$$

dove:

- α_{01} è il rapporto tra le potenze disponibili ai piani di riferimento 0 e 1;

- P_{crio} è la potenza disponibile al piano di riferimento l fornita dal carico freddo;
- $p_{e,crio}$ è la potenza di rumore equivalente in ingresso del radiometro.

Quando lo switch è nella posizione 2 e la sorgente di rumore è spenta la potenza entrante al piano di riferimento 0 è pari a:

$$p_{0,a} = M_{0,a}P_a + p_{e,a} \quad (3.18)$$

- $p_{e,a}$ è la potenza di rumore equivalente in ingresso del radiometro.

Grazie all'isolamento presente al piano di riferimento 0 la potenza di rumore equivalente del radiometro è (approssimativamente) indipendentemente dalla posizione dello switch e dallo stato della sorgente, per cui si può assumere:

$$p_{e,x} \approx p_{e,crio} \approx p_{e,a} \quad (3.19).$$

Sostituendo la (3.18) nella (3.16) e nella (3.17), ed utilizzando la (3.19), si ottengono le relazioni:

$$p_{0,x} = M_{0,x}\alpha_{02}P_x + M_{0,x}[1-\alpha_{02}]P_a + p_{0,a} - M_{0,a}P_a \quad (3.20)$$

$$p_{0,crio} = M_{0,crio}\alpha_{01}P_{crio} + M_{0,crio}[1-\alpha_{01}]P_a + p_{0,a} - M_{0,a}P_a \quad (3.21)$$

Definiti i fattori Y utilizzando le potenze misurate:

$$Y_x = \frac{p_{0,x}}{p_{0,a}} \quad (3.22)$$

$$Y_{crio} = \frac{p_{0,crio}}{p_{0,a}} \quad (3.23)$$

dividendo entrambe i membri delle (3.20) e (3.21) per $p_{0,a}$ e utilizzando le (3.22), (3.23) si arriva alle relazioni:

$$(Y_x - 1) = \frac{1}{p_{0,a}} [M_{0,x}\alpha_{02}P_x + M_{0,x}[1-\alpha_{02}]P_a - M_{0,a}P_a] \quad (3.24)$$

$$(Y_{crio} - 1) = \frac{1}{p_{0,a}} [M_{0,crio}\alpha_{01}P_{crio} + M_{0,crio}[1-\alpha_{01}]P_a - M_{0,a}P_a] \quad (3.25)$$

che possono essere sviluppate ulteriormente:

$$(Y_x - 1) = \frac{1}{P_{0,a}} (P_x - P_a) M_{0,x} \alpha_{02} + (M_{0,x} - M_{0,a}) P_a \quad (3.26)$$

$$(Y_{crio} - 1) = \frac{1}{P_{0,a}} (P_{crio} - P_a) M_{0,crio} \alpha_{01} + (M_{0,crio} - M_{0,a}) P_a \quad (3.27).$$

L'isolamento al piano di riferimento 0 permette di assumere:

$$(M_{0,x} - M_{0,a}) \approx (M_{0,crio} - M_{0,a}) \approx 0 \quad (3.28).$$

Dividendo membro a membro la (3.26) per la (3.27) si ottiene:

$$\frac{(Y_x - 1)}{(Y_{crio} - 1)} \cdot (P_{crio} - P_a) \cdot M_{0,crio} \alpha_{01} = (P_x - P_a) \cdot M_{0,x} \alpha_{02} \quad (3.29)$$

isolando il termine P_x si può riscrivere:

$$P_x = P_a + \frac{(Y_x - 1)}{(Y_{crio} - 1)} \cdot (P_{crio} - P_a) \frac{M_{0,crio} \alpha_{01}}{M_{0,x} \alpha_{02}} \quad (3.30)$$

infine, passando dalle potenze disponibili alla temperature di rumore, si ottiene la relazione cercata:

$$\boxed{T_x = T_a + (T_{crio} - T_a) \frac{M_{0,crio} \alpha_{01}}{M_{0,x} \alpha_{02}} \frac{(Y_x - 1)}{(Y_{crio} - 1)} + (\Delta T_e)_{iso}} \quad (3.31)$$

dove $(\Delta T_e)_{iso}$ è l'errore che dipende dal (piccolo) effetto dell'isolatore non ideale.

L'equazione (3.31) permette di calcolare la temperatura della sorgente di rumore, $T_x = T_H^{av}$, a partire da tre misure di potenza (Y_x , Y_{crio}), dalla conoscenza delle temperature di rumore equivalenti dei due carichi di riferimento (T_{crio} , T_a) e da misure vettoriali di rapporti di potenze disponibili (α_{01} , α_{02}) e di coefficienti di disadattamento ($M_{0,crio}$, $M_{0,x}$).

4.2 Set up di misura per la banda 1-18 GHz

In Fig. 5 è mostrata una fotografia del set up di misura utilizzato nella banda di frequenze DC-18 GHz: in alto a sinistra si osserva il carico freddo della *Maury Microwave*^{®xiii}, sotto di esso la sorgente da calibrare; entrambe sono connesse ad uno switch^{xiv} SPDT elettromeccanico controllato, la cui uscita è connessa ad un isolatore^{xv}. Tra il primo e il secondo isolatore si trova il piano di riferimento 0 (cfr. Fig. 3); alla destra del piano di riferimento inizia la sezione di ricezione, di cui si vede solo l'isolatore e l'amplificatore a basso rumore.

In Fig. 4 è mostrato invece lo schema a blocchi dettagliato del set up di misura. In esso è posto in evidenza l'utilizzo di una transizione 7 mm-K dopo il carico freddo: il calcolo della temperatura di rumore al piano di riferimento 1, così come il procedimento per misurare i parametri S della transizione sono discussi nei prossimi paragrafi; dopo la sorgente di rumore da calibrare è inserito un attenuatore (da 6dB o 10dB)^{xvi}: le caratteristiche di una sorgente di rumore terminata in questo modo sono discusse in seguito.

La Fig. 4 presenta anche uno schema a blocchi della sezione di ricezione minuzioso: in particolare si osservi che l'HP8971C e il NFM HP 8970B sono utilizzati solo per convertire alla frequenza IF^{xvii} il segnale di rumore, misurato con un wattmetro con sensore a termocoppia esterno (esso garantisce una linearità maggiore rispetto ai sensori a diodo). I due amplificatori di media potenza alzano il livello del rumore prelevato dal NFM HP 8970B (-50 dBm ÷ -30 dBm) ad uno adatto per il sensore di potenza. Infine i due attenuatori controllabili a step sono utilizzati

^{xiii} Il carico freddo ha il connettore d'uscita di tipo APC 7mm; poiché, per comodità, si è scelto come connettore standard dell'intero set up di misura il connettore di precisione K, è necessario utilizzare una transizione 7mm-K (m) per connettere il carico freddo al sistema di misura.

^{xiv} Lo switch, prodotto dall'*Agilent Technologies*[®], ha la peculiarità (non comune) di avere gli ingressi da un lato e l'uscita comune dal lato opposto.

^{xv} Gli isolatori utilizzati hanno una banda di funzionamento molto stretta; questo garantisce un isolamento elevato (almeno 30 dB) in modo che le ipotesi fatte nelle (3.19) e (3.28) siano valide.

^{xvi} In realtà la sorgente di rumore da calibrare include l'attenuatore che ne fa parte integrante.

^{xvii} Il segnale a IF è a 20 MHz e viene prelevato da un connettore BNC posto sul retro del HP 8970B.

per aggiustare il livello del segnale in ingresso al wattmetro in modo che esso utilizzi sempre lo stesso numero di cifre significative. La sorgente di rumore e i componenti passivi che compongono il set up di misura (l'attenuatore, la transizione 7 mm-K, lo switch) sono mantenuti ad una temperatura costante tramite ventilazione forzata; la temperatura è misurata^{xviii} tramite un termistore alloggiato sull'attenuatore facente parte della sorgente di rumore.

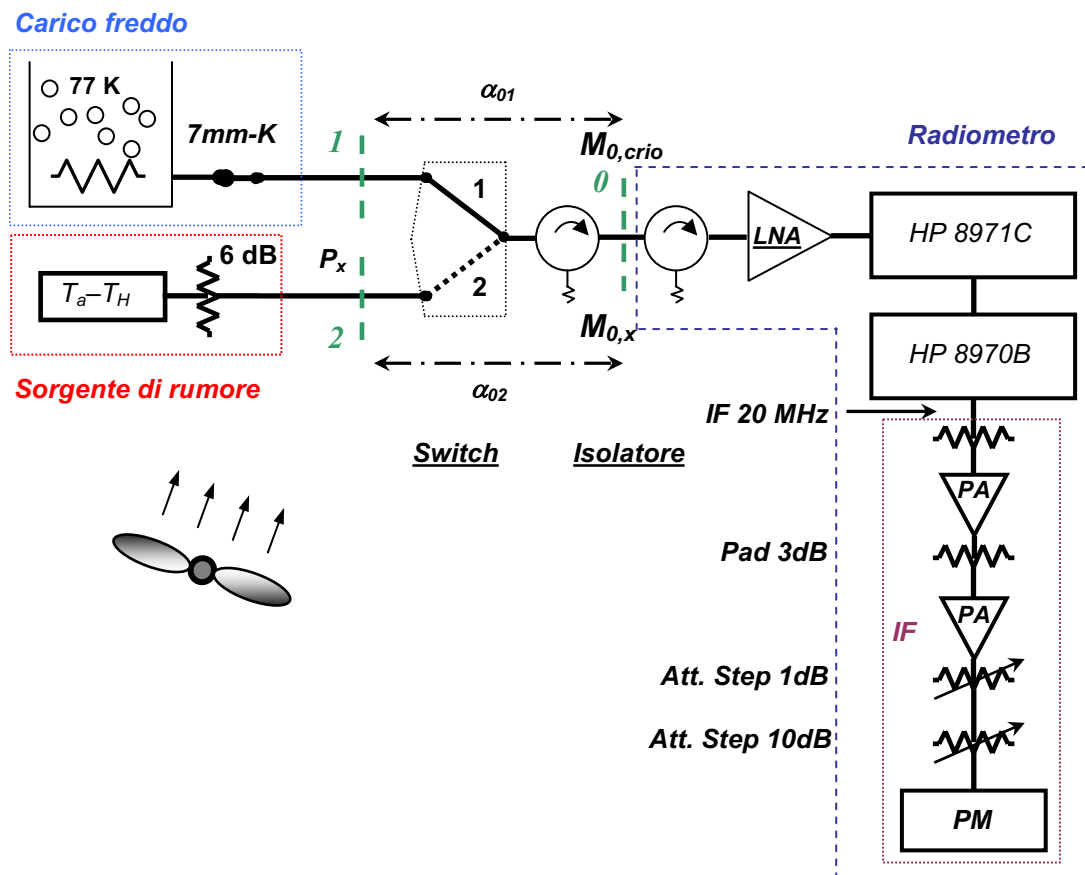


Fig. 4: Schema a blocchi del set up di misura adoperato nella banda DC-18 GHz

^{xviii} La misura della temperatura della sorgente di rumore nel suo stato off, T_a , permette di calcolare la potenza disponibile P_a .

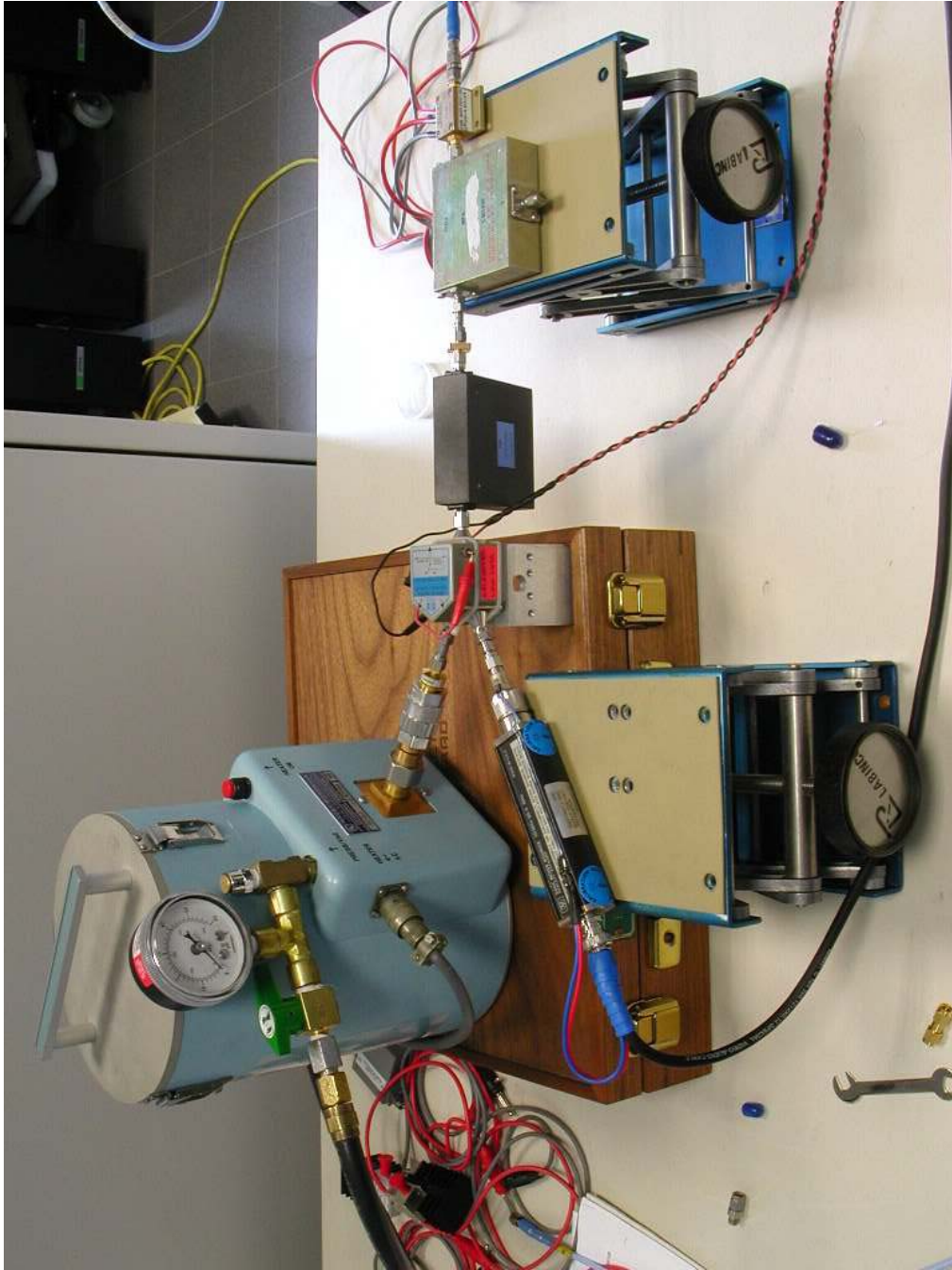


Fig. 5: Set up di misura adoperato per calibrare la sorgente di rumore nella banda DC-18 GHz

4.2.1 Il carico criogenico a azoto liquido

Il carico freddo utilizzato è il modello MT7118A opt.10 (S/N 143) prodotto dalla *Maury Microwave*[®]: in sostanza si tratta di una terminazione di precisione immersa in un bagno di azoto liquido, dentro una pentola isolata dal mondo esterno^{xix}, e quindi fisicamente termostata.

La temperatura di rumore al connettore d'uscita del carico è più alta della temperatura fisica di ebollizione dell'azoto a causa dell'attenuazione della linea coassiale necessaria a collegare la terminazione fredda al mondo esterno a temperatura ambiente. L'attenuazione di tale linea è stata misurata accuratamente dal costruttore, così come si è avuta grande cura nel controllare la sua temperatura fisica [20].

Uno dei problemi maggiori, la formazione di condensa all'interno della linea coassiale in aria, è stato risolto pompando e saturando la linea con He alla pressione di 0.2 psi, fornito da bombola e riduttore.

La parete esterna del carico freddo è riscaldata per garantire un gradiente di temperatura (verso l'interno) noto: è infatti presente un riscaldatore alla temperatura di 33.9 °C, alimentato dalla tensione di rete [21]. Il carico freddo MT7118A è mostrato in Fig. 6.

^{xix} La pentola isolata termicamente mantiene un livello di azoto liquido sufficiente per l'utilizzo del carico per un tempo superiore alle due ore.



Fig. 6: Carico freddo della Maury Microwave® MT7118A opt.10 (S/N 143)

Il costruttore fornisce il valore della temperatura di rumore al connettore d'uscita 7mm del carico freddo, T' , per quattro valori di frequenza particolari^{xx} (1.4 GHz, 4.9 GHz, 10.7 GHz, 15 GHz) insieme all'equazione di calibrazione, necessaria per tener conto della temperatura^{xxi} e della pressione^{xxii} dell'ambiente in cui si trova il carico freddo [22]:

^{xx} Si tratta di frequenze usate in radioastronomia.

^{xxi} Nel calcolo della temperatura di rumore del carico freddo bisogna tener presente che un errore nella misura della temperatura ambiente pari a 5 °C causa approssimativamente un errore di soli 0.005 K sul valore della temperatura di rumore. Per tale motivo questo contributo, in prima approssimazione, può essere trascurato.

^{xxii} La pressione barometrica dell'ambiente ha invece un effetto marcato sul valore della temperatura di rumore del carico freddo e quindi influenza anche l'incertezza di misura. Ad esempio un incremento della pressione di +10 mmHg rispetto al valore standard di 760 mmHg causa un aumento della temperatura di rumore del carico di 0.10 K, valore non trascurabile.

$$T' = T_C + X \cdot \Delta P + Y \cdot \Delta T_{o1} + Z \cdot \Delta T_{o2} \quad [K] \quad (3.32)$$

dove:

- T' è la temperatura di rumore al connettore d'uscita 7mm del carico freddo, [K];
- T_C è un valore di temperatura di rumore fornito dal costruttore, [K];
- ΔP è pari alla pressione barometrica dell'ambiente in mmHg meno 760;
- ΔT_{o1} è costante e pari a 33.9 °C (temperatura della piastra con il riscaldatore acceso e la pentola riempita d'azoto liquido);
- ΔT_{o2} è uguale alla temperatura dell'ambiente, [°C].

I coefficienti T_C , X , Y e Z , forniti dal costruttore, sono riportati nella Tabella 6:

<i>Freq. [GHz]</i>	<i>T_c [K]</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>T' [K]^{xxiii}</i>
1.40	79.547	0.01088	0.00964	0.00153	79.91
4.90	80.703	0.01081	0.01358	0.00349	81.24
10.70	81.474	0.01077	0.01668	0.00433	82.14
15.00	82.483	0.01071	0.01926	0.00691	83.29

Tabella 6: Report di calibrazione del carico freddo MT7118A opt.10 S/N 143 [23]

Poiché è necessario conoscere il valore della temperatura di rumore del carico freddo con un passo in frequenza di un GHz si esegue un'interpolazione lineare dei valori relativi ai quattro punti forniti dal costruttore. In Tabella 7 è riportato il valore della temperatura di rumore al variare della frequenza considerando anche le variazioni con la temperatura e la pressione dell'ambiente e applicando la correzione di Planck (Appendice C).

^{xxiii} Il valore della temperatura di rumore riportato è calcolato per condizioni ambientali standard: $\Delta P = 0$ (pressione pari a 760mmHg), $\Delta T_{o1} = 33.9$ °C e temperatura ambiente pari a $\Delta T_{o2} = 22.9$ °C.

Temperatura di rumore del carico freddo MT7118A opt.10 S/N 143					
Note:	$T_{amb} = 24\text{ °C}$ al connettore d'uscita 7mm Data: 9 e 10 aprile 2003 Valori interpolati linearmente tra i 4 punti forniti				
	Data			Data	
	09-apr	10-apr		09-apr	10-apr
	Pressione [mbar]			Pressione [mbar]	
	1003	995		1003	995
Freq.	Temperatura di rumore		Correzione Planck	Temperatura di rumore con correzione di Planck	
[GHz]	[K]				
1.0	79.60		-0.02	79.58	
2.0	80.14		-0.05	80.09	
3.0	80.58		-0.07	80.51	
4.0	80.92		-0.10	80.82	
5.0	81.19		-0.12	81.07	
6.0	81.40	81.33	-0.14	81.26	81.19
7.0		81.50	-0.17		81.33
8.0		81.64	-0.19		81.45
9.0		81.77	-0.22		81.55
10.0		81.90	-0.24		81.66
11.0		82.04	-0.26		81.79
12.0		82.23	-0.29		81.94
13.0		82.47	-0.31		82.16
14.0		82.77	-0.34		82.43
15.0		83.15	-0.36		82.80
16.0		83.64	-0.38		83.26
17.0		84.24	-0.41		83.83
18.0		84.97	-0.43		84.54

Tabella 7: Temperatura di rumore del carico freddo MT7118A (S/N 143)

Per dissipare i dubbi sulla stabilità nel tempo della temperatura di rumore fornita dal carico freddo si è misurata la stabilità dell'insieme costituito dal carico freddo e dal radiometro.

Nel grafico di Fig. 7 è riportata la variazione di potenza relativa ($\Delta P / P$), letta sul wattmetro, in funzione del tempo, per due diversi valori della costante d'integrazione del filtro^{xxiv} ($\tau = 2.2$ s e $\tau = 0.15$ s), sia nel caso in cui il carico sia a temperatura ambiente, sia nel caso in cui fornisca una potenza di rumore $kT_{crio}\Delta f$. Per confronto è riportato anche il limite teorico della sensibilità del sistema di misura [24]:

$$\frac{\Delta T_{\min}}{T_{\text{sys}}} = \frac{1}{\sqrt{\tau B}}$$

dove:

- ΔT_{\min} è la sensibilità o minima temperatura osservabile, [K];
- T_{sys} è la temperatura di rumore del sistema, [K];
- τ è il tempo d'integrazione [s];
- B è la banda d'osservazione del sistema prima del wattmetro, [Hz];

A temperatura ambiente il carico freddo MT7118A, essendo isolato termicamente e termostato sul suo involucro esterno, si comporta come un carico di eccezionale stabilità di temperatura di rumore. Le cause di instabilità del tipo $1/f$ mostrate in Fig. 7 (curva rossa e curva fucsia) possono quindi essere attribuite esclusivamente al sistema di misura e non al carico stesso:

$$\frac{\Delta T_{\min}}{T} = \sqrt{\frac{1}{\tau B} + \left(\frac{\Delta G}{G}\right)^2}$$

dove:

- ΔG è il valore efficace delle variazioni del guadagno dell'intero sistema di misura;
- G è il valor medio del guadagno in potenza del sistema di misura prima del wattmetro.

^{xxiv} Si tratta del filtro digitale presente nel wattmetro.

Quando il carico è riempito di azoto liquido esso ha una temperatura di rumore pari a T_{crio} . L'andamento dei grafici ottenuti (curva verde e curva blu) non è sostanzialmente diverso dai quelli ottenuti nel caso precedente. Se ne può dedurre quindi che l'eventuale instabilità della temperatura di rumore prodotta dal carico freddo quando esso è riempito di azoto sia inferiore al limite da noi misurabile.

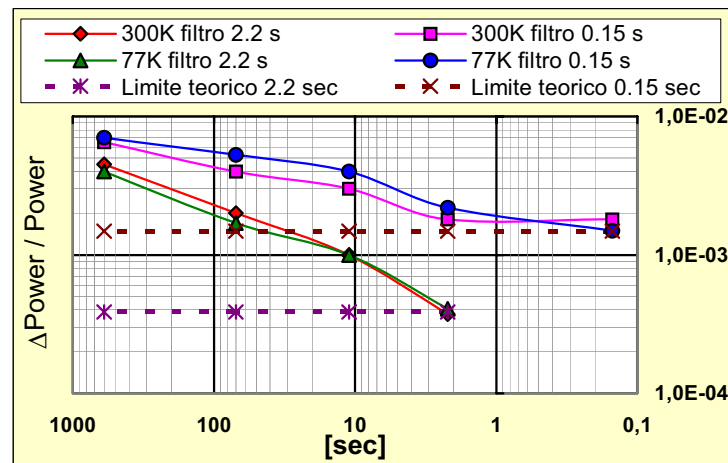


Fig. 7: Stabilità della temperatura di rumore del carico freddo MT7118A

Il carico freddo ha un connettore d'uscita coassiale di tipo APC-7 mm. Poiché, per comodità si è scelto che tutti i singoli componenti del set up di misura abbiano connettori di precisione di tipo K, è utilizzata una transizione 7 mm-K per connettere il carico freddo al set up di misura. La transizione è selezionata accuratamente: essa appartiene al kit di calibrazione dell'*Anritsu*[®] in K (part number della transizione: 34AK50), è formata da una linea in aria anziché in dielettrico ed ha il connettore K di sesso maschile.

Si pone quindi il problema di determinare la temperatura di rumore equivalente al piano di riferimento *1* (cfr.

Fig. 4), cioè al connettore K della transizione. A tal fine è necessario oltre a misurare il coefficiente di riflessione del carico freddo, caratterizzare accuratamente la transizione per poter calcolare la temperatura di rumore equivalente al suo connettore d'uscita, a partire dal valore di temperatura di rumore al connettore 7 mm.

4.2.2 Misura del coefficiente di riflessione del carico freddo

Per misurare il coefficiente di riflessione del carico freddo l'analizzatore di reti vettoriale HP 8510C è calibrato con il kit di calibrazione HP 85050C in 7mm; la calibrazione, alla porta 1 dell'analizzatore di reti, è di tipo *offset load* [25],[26]: gli standard utilizzati sono un offset-short (che sostituisce lo standard open della classica calibrazione *SOL*), uno short e un offset load (che sostituisce lo sliding load o il broadband load).

In Fig. 8 è riportato l'andamento in frequenza del coefficiente di riflessione del carico freddo: il marker mette in evidenza il valore più scarso, pari a -25.6 dB alla frequenza 17.2 GHz.

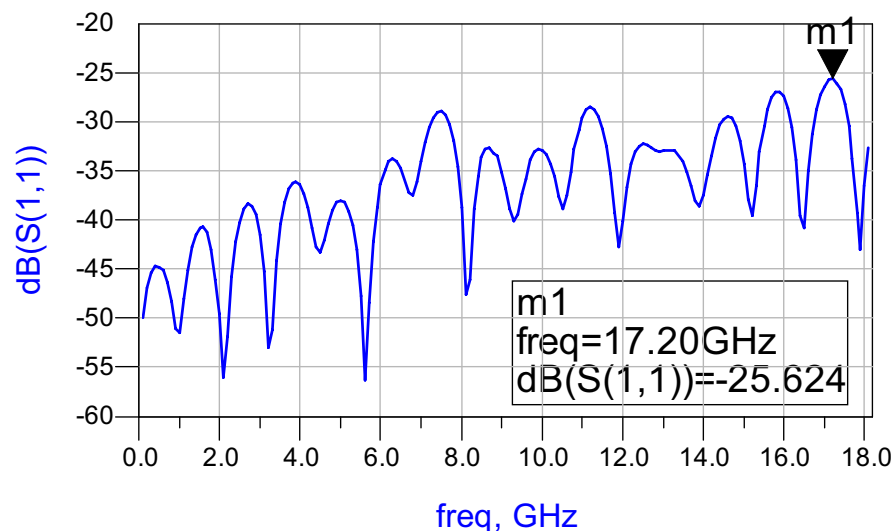


Fig. 8: Coefficiente di riflessione del carico freddo MT7118A (S/N 143)

La misura del coefficiente di riflessione è stata eseguita dopo aver pompato elio dentro il tratto di linea coassiale del carico freddo e a circa un'ora dal riempimento con azoto liquido per permettere alla terminazione di raggiungere l'equilibrio termico. Il set up di misura è raffigurato in Fig. 9.



Fig. 9: Set up di misura del coefficiente di riflessione del carico freddo MT7118A

4.2.3 Misura della transizione 7 mm-K

Come detto, la transizione 7 mm-K deve essere caratterizzata accuratamente per poter determinare la temperatura di rumore equivalente al piano di riferimento I (cfr.

Fig. 4). La difficoltà di misura di un tale componente sta nel fatto che si tratta di un *device under test* di tipo *transitional* con, inoltre, un valore di attenuazione molto piccolo e di adattamento molto spinto e per questo non facilmente misurabili. Una possibilità di misura è data dalla procedura *Adapter Removal* [27], il cui algoritmo matematico è memorizzato nel firmware dell'analizzatore di reti vettoriale HP 8510C.

Un'altra tecnica^{xxv} è quella basata su misure vettoriali ad una porta e nota come *unterminating method* [28]: i parametri S dell'adattatore sono determinati a partire da misure di coefficiente di riflessione fatte ad una porta dell'adattatore stesso (porta 1) per differenti terminazioni connesse all'altra porta (porta 2) dell'adattatore, Fig. 10.

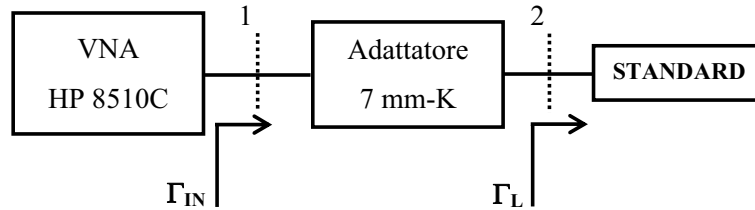


Fig. 10: Schema di principio di una misura con *unterminating method*

Si consideri la relazione:

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (3.33)$$

La tecnica suddetta si basa sulla misura del coefficiente di riflessione Γ_{in} per diverse terminazioni Γ_L note e sul calcolo dei parametri caratteristici dell'adattatore S_{11} , S_{22} e ΔS utilizzando l'equazione (3.33); si osservi che tale metodo, essendo basato su misure di coefficiente di riflessione, è incapace di determinare separatamente i valori dei parametri S_{21} e S_{12} .

In teoria per calcolare i parametri S_{11} , S_{22} e ΔS tre terminazioni diverse^{xxvi} sono necessarie e sufficienti; d'altra parte per diminuire l'effetto degli errori di misura sulla determinazione dei parametri incogniti è preferibile utilizzarne più di tre. Il sistema di equazioni è così sovradimensionato e si risolve minimizzando la funzione d'errore che si ottiene riarrangiando l'equazione (3.33) in un'equazione lineare nelle incognite:

$$S_{11} \left(\frac{1}{\Gamma_L} \right) + S_{22} (\Gamma_{in}) - \Delta S - \frac{\Gamma_{in}}{\Gamma_L} = 0 \quad (3.34)$$

^{xxv} Ma ve ne sono delle altre, si veda ad esempio [29].

^{xxvi} Terminazioni uguali o simili forniscono equazioni linearmente dipendenti.

Per ogni coppia di misure (Γ_L, Γ_{IN}) l'espressione (3.34) è diversa da 0 di una quantità ε dovuta agli errori di misura nei coefficienti Γ_{in} e Γ_L . Per ognuna delle N coppie di misure $(\Gamma_L^i, \Gamma_{IN}^i)$ si può scrivere:

$$\varepsilon_i = S_{11} \left(\frac{1}{\Gamma_L^i} \right) + S_{22} (\Gamma_{IN}^i) - \Delta S - \frac{\Gamma_{IN}^i}{\Gamma_L^i} \quad (3.35)$$

Una stima dei parametri caratteristici della transizione 7 mm-K può essere ottenuta scegliendo quei valori \hat{S}_{11} , \hat{S}_{22} e $\Delta \hat{S}$ che minimizzano la funzione d'errore:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 \quad (3.36)$$

Gli andamenti in frequenza dei parametri S dell'adattatore sono mostrati in Fig. 11 e in Fig. 12.

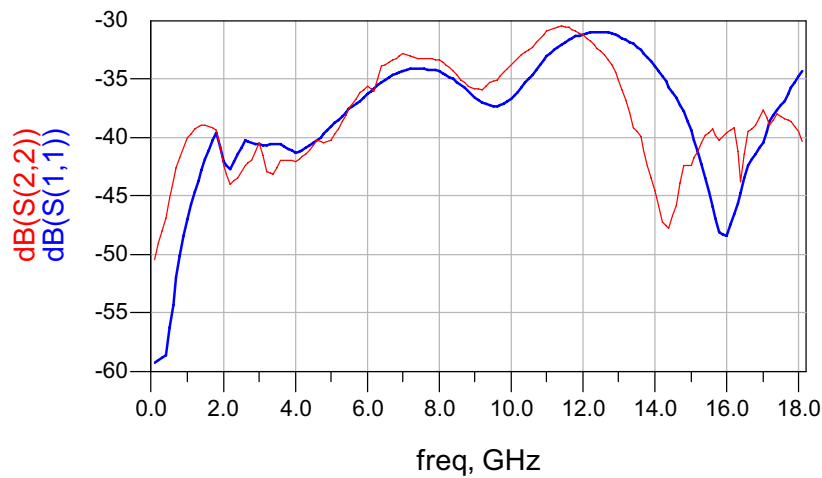


Fig. 11: Parametri S_{11} e S_{22} della transizione 7 mm-K

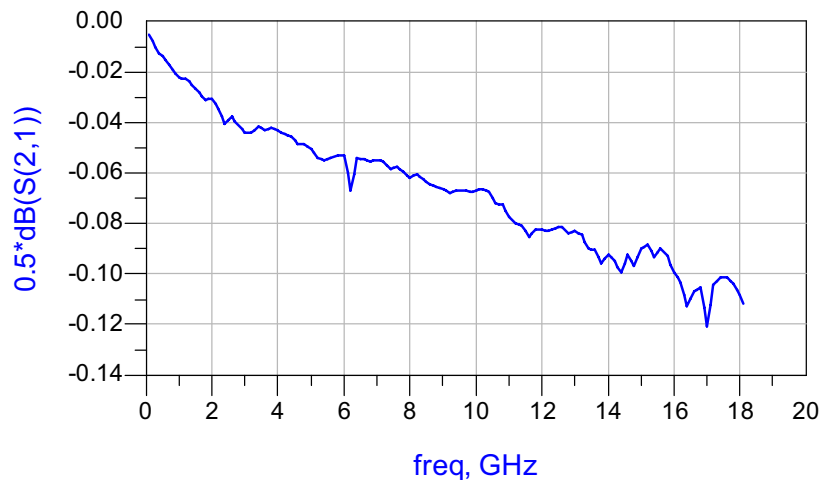


Fig. 12: Parametro S_{21} della transizione 7 mm-K

4.2.4 Traslazione della temperatura di rumore del carico freddo al piano di riferimento 1

Una volta determinati i parametri S della transizione 7 mm-K è possibile calcolare la temperatura di rumore equivalente al connettore K (cioè al piano di riferimento 1 della Fig. 4).

La potenza di rumore disponibile a tale piano di riferimento è data dalla somma di due contributi [13]: il primo, dovuto alla potenza di rumore disponibile al connettore 7 mm, T' , moltiplicata il guadagno disponibile della transizione, G_{av}^{trans} ; il secondo dovuto al rumore termico aggiunto dalla transizione stessa, funzione della sua temperatura termodinamica, T_a ; si può quindi scrivere:

$$T_{crio} = T' \cdot G_{av}^{trans} + T_a (1 - G_{av}^{trans}) \quad (3.37)$$

Il calcolo del guadagno disponibile della transizione richiede la misura del coefficiente di riflessione del carico freddo visto dal connettore K, il cui andamento in frequenza è riportato in Fig. 13.

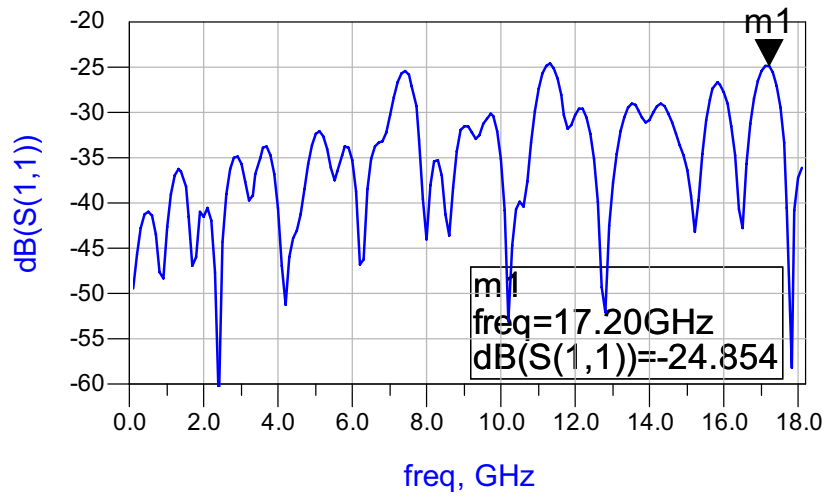


Fig. 13: Coefficiente di riflessione della combinazione del carico freddo e della transizione

La Fig. 14 mostra l'andamento in frequenza della temperatura di rumore del carico freddo al connettore 7mm (curva blu) e, considerando il contributo della transizione 7 mm-K, al connettore K (curva fucsia).

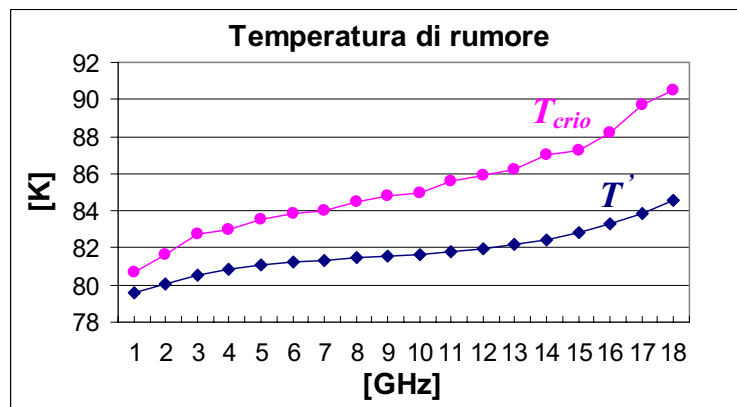


Fig. 14: Temperatura di rumore equivalente del carico freddo al connettore 7mm (blu) e al connettore K (fucsia)

4.2.5 La sorgente di rumore a stato solido

Sono di due classi le sorgenti di rumore a stato solido più diffuse ed utilizzate: quelle con un ENR di 15 dB e quelle con valori di ENR più bassi, 5÷6 dB. Quest'ultime sono ottenute dalle prime semplicemente inserendo un attenuatore di 10 dB ulteriore^{xxvii}.

Nel paragrafo 3 si è mostrato come l'incertezza associata al valore dell'ENR della sorgente sia una delle incertezze con il maggior peso nel calcolo dell'incertezza combinata della misura di fattore di rumore.

Questa però non è l'unica fonte di incertezza associabile ad una sorgente di rumore, ve ne sono delle altre. Una è certamente quella legata al disadattamento della sorgente: per diminuirne il valore è importante che essa abbia il coefficiente di riflessione più piccolo perché questo minimizza (o elimina) le riflessioni multiple tra sorgente e DUT e tra sorgente e ricevitore.

C'è però un'altra fonte d'errore legata alla sorgente di rumore di cui spesso si sottovaluta l'importanza e la pericolosità [30]. Il coefficiente di riflessione della sorgente di rumore, Γ , cambia tra lo stato *on* e lo stato *off*; questo fa sì che, durante la misura, il fattore di rumore e il guadagno disponibile del DUT varino: anche i cambiamenti nel guadagno disponibile si riflettono in errori sulla misura di fattore di rumore, essendo:

$$Y = \frac{k\Delta f \cdot G_{av}^H (T_H + T_{eH})}{k\Delta f \cdot G_{av}^C (T_C + T_{eC})} \quad (3.38)$$

$$F \cong \frac{ENR}{Y - 1} \quad (3.39)$$

^{xxvii} Tutti i generatori di rumore a stato solido presenti sul mercato (prodotti da *Agilent Technologies*[®] e *Noise Com*[®]) utilizzano come sorgente un diodo zener di fabbricazione e dimensioni tali da ridurre al minimo le reattanze parassite, così da raggiungere frequenze di funzionamento elevate. Tali zener, alimentati a corrente costante tramite un resistore, generano tipicamente 30-35 dB di ENR, ma presentano alla porta RF un forte disadattamento d'impedenza. Per diminuire tale disadattamento i costruttori inseriscono, nello stesso generatore di rumore, un attenuatore adattato. Con valori diversi di attenuazione si ottengono valori diversi di ENR in uscita. Le tre classi di ENR disponibili sono quella dei 25 dB (raramente utilizzata), quella dei 15 dB e quella dei 6 dB.

Il coefficiente di riflessione, Γ , della sorgente di rumore può essere ben dentro le specifiche ma le sue variazioni tra stato *on* e stato *off*, indicate con $\Delta\Gamma$, possono portare ad un errore più grande che nel caso in cui Γ sia grande, ma i cambiamenti $\Delta\Gamma$ siano piccoli.

Un sistema per eliminare o limitare questa fonte d'incertezza consiste nell'inserire un isolatore prima della sorgente di rumore per diminuirne i cambiamenti $\Delta\Gamma$. In questo modo il coefficiente di riflessione è essenzialmente quello dell'isolatore^{xxviii} sia se la sorgente di rumore è *on*, sia se essa è *off*. Gli svantaggi che si hanno con l'aggiunta dell'isolatore sono numerosi:

- l'isolatore, specie se l'isolamento è elevato, ha una banda di funzionamento piccola che riduce notevolmente quella della sorgente di rumore;
- il coefficiente di riflessione dell'isolatore è di solito più grande di quello della sorgente di rumore;
- gli isolatori hanno connettori SMA non di precisione;
- l'incertezza associata all'ENR della combinazione sorgente-isolatore è aumentata dall'incertezza legata alle perdite dell'isolatore e al mismatch presente tra sorgente e isolatore stesso.

Un secondo sistema consiste nell'inserire prima della sorgente un attenuatore: la variazione $\Delta\Gamma$ del coefficiente di riflessione è ridotta di due volte il valore dell'attenuazione introdotta (come si può facilmente verificare). L'uso dell'attenuatore elimina alcuni dei problemi visti con l'isolatore:

- l'attenuatore ha larghezze di banda simili a quelle della sorgente di rumore;
- il coefficiente di riflessione di un attenuatore è più piccolo di quello di un isolatore;
- gli attenuatori hanno connettori di precisione (3.5 mm, K).

^{xxviii} Se l'isolamento è dell'ordine dei 25÷30 dB.

Le sorgenti di rumore con ENR della classe dei 5÷6 dB hanno tutte le caratteristiche elencate sopra in quanto ottenute aumentando il valore dell'attenuazione presente dopo il componente che genera rumore.

Avendo a disposizione sorgenti di rumore tutte appartenenti alla classe dei 15 dB si è deciso, per i motivi sopra elencati, di calibrare non la sola sorgente di rumore ma la combinazione sorgente – attenuatore; l'attenuatore è selezionato tra quelli di cui si dispone^{xxix}. In Fig. 15 è mostrata una fotografia di una delle sorgenti di rumore calibrate, la HP 346C (S/N 3228A02283); ad essa è connesso un attenuatore da 6 dB della *Anritsu*[®] con un connettore di precisione di tipo K; sull'attenuatore è incollato un sensore di temperatura al platino (PT 100) per misurare la temperatura termodinamica della sorgente quando essa è spenta; una guaina termicamente isolante ricopre e stabilizza attenuatore e sensore al platino.

Il sensore al platino ha una resistenza che aumenta con la temperatura secondo la legge quadratica:

$$T = 0.00108R^2 + 2.33844R - 244.63 \quad (3.40)$$

valida nell'intervallo di temperatura 15 °C - 35 °C. La misura della resistenza con un multimetro digitale e l'utilizzo della (3.40) permettono di calcolare il valore della temperatura termodinamica dell'attenuatore.



Fig. 15: La sorgente di rumore HP 346C con attenuatore da 6 dB e sensore al platino

^{xxix} Si è scelto l'attenuatore con l'adattamento alla porta d'uscita migliore tra quelli posseduti.

In Fig. 16 è mostrato il coefficiente di riflessione della sorgente di rumore HP 346C quando essa è accesa e quando è spenta.

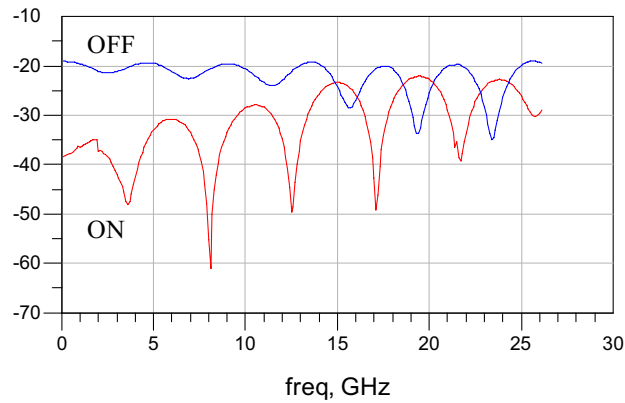


Fig. 16: Coefficiente di riflessione della sorgente HP 436C

In Fig. 17 è mostrato invece il coefficiente di riflessione della combinazione della sorgente e dell'attenuatore da 6 dB, sempre nei due stati *on* e *off*. Si osservi come, oltre ad un miglioramento dell'adattamento, si ha una notevole diminuzione delle variazioni $\Delta\Gamma$.

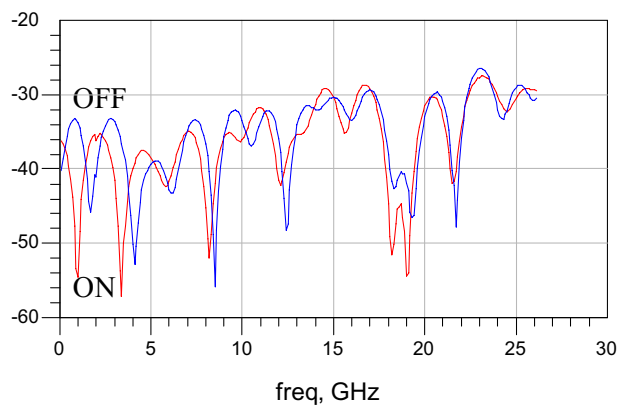


Fig. 17: Coefficiente di riflessione della combinazione sorgente di rumore HP 436C – attenuatore Anritsu® da 6 dB

Una sorgente di rumore con ENR nella classe dei 5÷6 dB ha anche altri vantaggi rispetto a quelle con ENR nella classe dei 15 dB [31]. Se consideriamo infatti la relazione (semplificata) tra fattore Y e fattore di rumore F , espressa in dB:

$$NF \cong ENR^{dB} - 10 \log(Y - 1) \quad (3.41)$$

è evidente che fissato un DUT con un certo fattore di rumore, avere sorgenti di rumore con valori di ENR grandi significa misurare fattori Y più grandi e quindi differenze nei due livelli di potenza dentro il NFM maggiori.

Viceversa sorgenti con ENR più piccolo, e quindi con escursioni dei livelli di potenza più basse, minimizzano l'errore dovuto alla non linearità del detector. Per di più livelli di potenza bassi dentro il NFM comportano l'utilizzo di attenuatori interni con piccolo valore di attenuazione e quindi incertezza di misura minore (cfr. (3.9)).

4.2.6 Misure tramite analizzatore di reti vettoriale

Nell'equazione del radiometro (3.31), ricavata nel paragrafo 4.1 ed utilizzata per calcolare la temperatura di rumore della sorgente da calibrare, compaiono anche rapporti di potenze disponibili α_{ij} e coefficienti di disadattamento $M_{i,x}$.

Con riferimento alla configurazione mostrata in Fig. 18 è possibile definire il rapporto tra le potenze disponibili ai piani di riferimento 2 e 1, α_{21} , e i coefficienti di disadattamento $M_{1,S}$ e $M_{2,S}$:

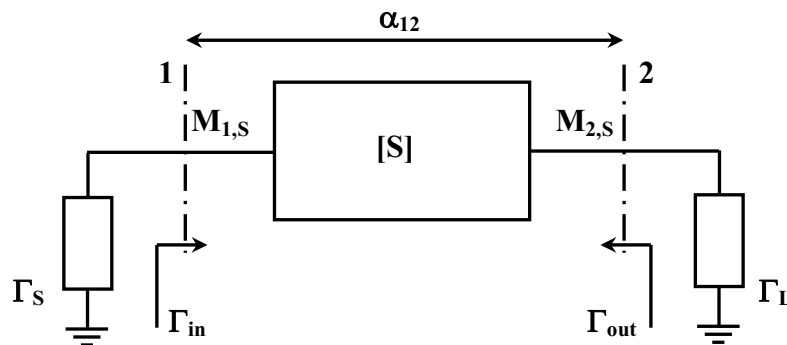


Fig. 18: Rete due porte tra generatore e carico

$$\alpha_{21} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2 (1 - |\Gamma_{out}|^2)} \quad (3.42)$$

$$M_{1,S} = \frac{P_{1,S}}{P_{1,S}} = \frac{(1-|\Gamma_S|^2)(1-|\Gamma_{in}|^2)}{|1-\Gamma_S\Gamma_{in}|^2} \quad (3.43)$$

$$M_{2,S} = \frac{P_{2,S}}{P_{2,S}} = \frac{(1-|\Gamma_L|^2)(1-|\Gamma_{out}|^2)}{|1-\Gamma_L\Gamma_{out}|^2} \quad (3.44)$$

Le misure di parametri S e di coefficiente di riflessione necessarie sono eseguite con l'analizzatore di reti vettoriale HP 8510C; tutti i componenti da misurare hanno connettori di tipo K, cosicché è utilizzato unicamente il kit di calibrazione prodotto dall'*Anritsu*[®] modello 3652–Opt.1.

In particolare si necessita della misura del coefficiente di riflessione della sorgente da calibrare (piano di riferimento 2 in Fig. 4), del carico freddo (piano di riferimento 1) e del ricevitore (piano di riferimento 0). Per quanto riguarda le misure due porte sono necessari i parametri S della combinazione dello switch e dell'isolatore ad esso connesso, per entrambe le posizioni dello switch. Le calibrazioni dell'analizzatore di reti vettoriale, sia quelle ad una porta, sia quelle a due porte, sono sempre del tipo SOLT con carichi di tipo sliding.

4.2.7 ENR della sorgente di rumore HP 346C (S/N 3228A02283)

Effettuate tutte le misure richieste è possibile calcolare la temperatura di rumore della sorgente utilizzando l'*equazione del radiometro* (3.31). L'elaborazione dei dati misurati è fatta tramite un software scritto in *Matlab*[®] che fornisce in uscita la temperatura di rumore della sorgente ad una temperatura ambiente pari alla temperatura di rumore standard T_0 (290 K).

I costruttori di sorgenti di rumore non fanno mai riferimento alla variazione della temperatura di rumore della sorgente (o equivalentemente dell'ENR) con la temperatura dell'ambiente; d'altra parte è chiaro che la dipendenza dalla temperatura ambiente esiste ed è anche abbastanza visibile. Le sorgenti, come detto, sono

costituite da un diodo zener e da un attenuatore: anche assumendo il rumore generato dal diodo indipendente dalla temperatura ambiente, quello generato dall'attenuatore vi dipende, essendo uguale a:

$$kT_a \Delta f \cdot (1 - G_{av}) \quad [\text{W}] \quad (3.45)$$

dove G_{av} è il guadagno disponibile dell'attenuatore. E' possibile dimostrare che fissata una certa variazione ΔT_a della temperatura ambiente, la variazione corrispondente della temperatura di rumore della sorgente, ΔT_H , vale [32]:

$$\Delta T_H = \Delta T_a \cdot (1 - G_{av}) \cdot (1 - |\Gamma_{ns}|^2) \quad (3.46)$$

dove Γ_{ns} è il coefficiente di riflessione della sorgente stessa. Se, ad esempio, la sorgente di rumore ha un adattamento pari (almeno) a -25 dB e un attenuatore di (almeno) 15 dB la (3.46) vale:

$$\Delta T_H \geq 0.965 \cdot \Delta T_a$$

dove il segno $>$ vale per adattamenti e/o attenuazioni superiori a quelle riportate nell'esempio. Quindi, in prima approssimazione si ha^{xxx}:

$$\Delta T_H \approx \Delta T_a \quad (3.47)$$

La misura della temperatura ambiente e la (3.47) permettono di riferire la temperatura di rumore della sorgente ad un valore della temperatura ambiente pari a T_0 .

In Fig. 19 è mostrata la temperatura di rumore (ad una temperatura ambiente di 290 K) della sorgente HP 346C (S/N 3228A02283) seguita dall'attenuatore *Anritsu*[®] 41KC-6 da 6 dB al variare della frequenza (curva blu); le misure sono effettuate con un passo in frequenza pari a 1 GHz, fino a 18 GHz. La temperatura di rumore misurata è confrontata con quella calcolata (curva fucsia): il calcolo è fatto a partire dal valore di temperatura di rumore della sola sorgente (fornito dal costruttore), T_H' , e

^{xxx} Per una sorgente con temperatura di rumore uguale a 2000 K, una variazione della temperatura ambiente di 5 °C equivale ad una variazione dello 0.25% . Per una sorgente con temperatura di rumore uguale a 800 K la variazione percentuale è dello 0.62% .

dalla misura dei parametri S dell'attenuatore che segue la sorgente [32], utilizzando la:

$$T_H = \left[T_a (1 - G_{av}) + G_{av} \frac{T_H'}{(1 - |\Gamma_{ns}'|^2)} \right] (1 - |\Gamma_{ns}|^2) \quad (3.48)$$

dove Γ_{ns}' è il coefficiente di riflessione della sola sorgente di rumore.

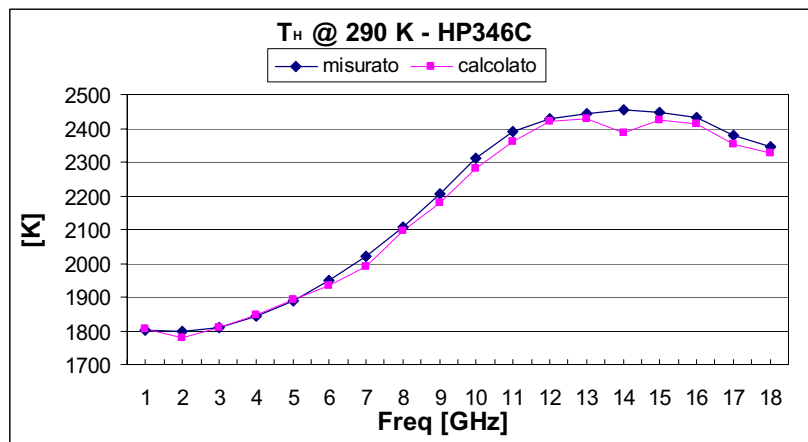


Fig. 19: Temperatura di rumore misurata (blu) e calcolata (fucsia) della combinazione della sorgente HP 346C e dell'attenuatore 41KC-6 nella banda 1-18 GHz

Lo stesso confronto, fatto però sul valore di ENR, è riportato in Fig. 20.

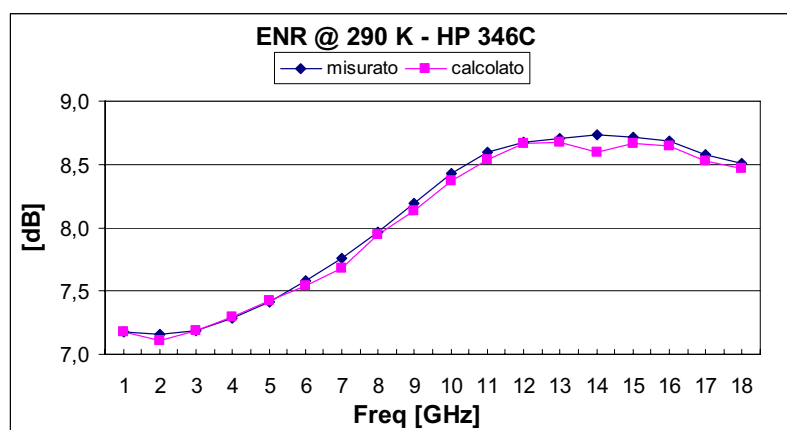


Fig. 20: ENR misurato (blu) e calcolato (fucsia) della combinazione della sorgente HP 346C e dell'attenuatore 41KC-6 nella banda 1-18 GHz

Si osservi (Fig. 21) che lo scostamento tra i valori misurati e i valori calcolati è molto contenuto. Solo alla frequenza pari a 14 GHz si osserva una differenza superiore a 0.1 dB.

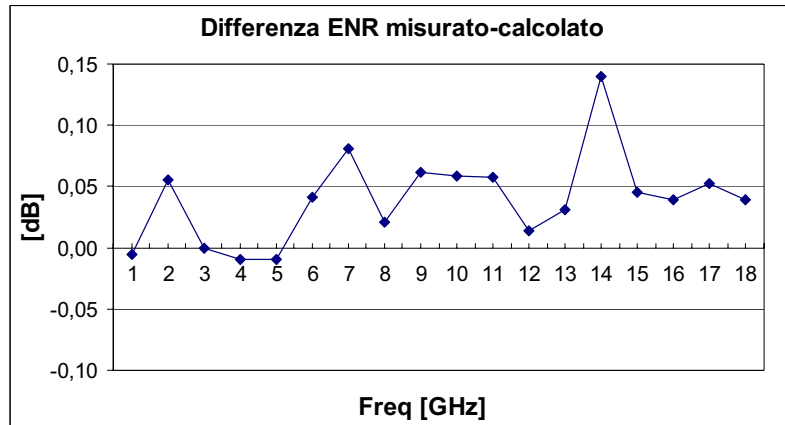


Fig. 21: Differenza tra l'ENR misurato e calcolato

La calibrazione della sorgente di rumore ha mostrato che (almeno fino a 18 GHz), contrariamente a quanto ci si aspettava, i valori di ENR forniti dal costruttore sono molto prossimi a quelli ottenuti. Resta da verificare se ciò rimane valido alle frequenze più elevate e, soprattutto, se si è riusciti a ridurre l'incertezza di misura rispetto al valore quotato dai costruttori di ± 0.2 dB [10].

4.3 Set up di misura per le bande 18-26 GHz e 26-40 GHz

Il set up di misura adoperato nelle bande di frequenza K e Ka è simile a quello presentato in

Fig. 4; lo switch (si tratta di un *transfer switch*) e gli isolatori utilizzati sono in guida d'onda e per connetterli rispettivamente alla sorgente di rumore e al radiometro sono utilizzate due transizioni guida d'onda - coassiale; i carichi freddi sono del tipo "antenna a horn"; per misure in banda Ka il down converter HP 8971C è sostituito dall'estensione millimetrica 8970B-ME di cui si è ampiamente discusso nel capitolo

2. Uno schema a blocchi ed una fotografia del set up di misura per la banda Ka sono mostrati in Fig. 22 e in Fig. 23.

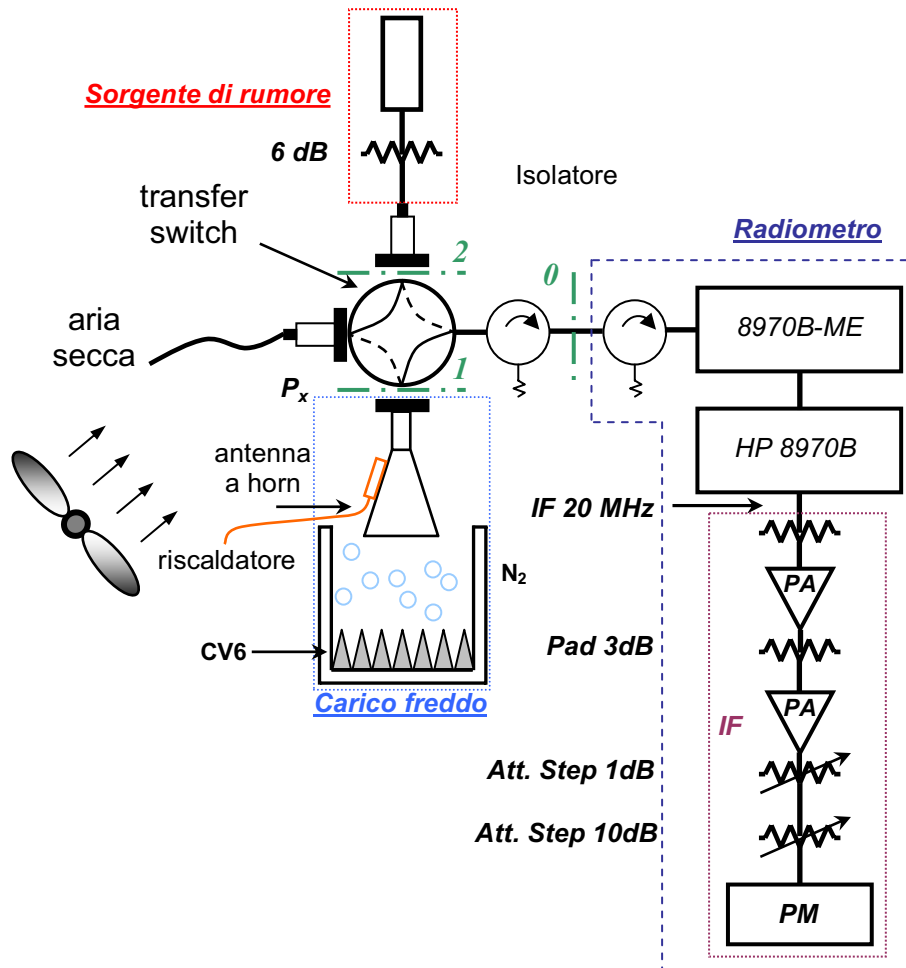


Fig. 22: Schema a blocchi del set up di misura adoperato nella banda Ka

Il carico freddo fabbricato dalla *Maury Microwave*[®] ha un connettore d'uscita di tipo 7 mm ed una frequenza massima di utilizzo uguale a 18 GHz: esso è del tipo a "linea di trasmissione" in quanto costituito da una terminazione non riflettente, immersa in azoto liquido, e da una linea di trasmissione (una porzione della quale è anch'essa immersa) che collega la terminazione al connettore esterno. Quando però le frequenze di utilizzo si avvicinano al range millimetrico, l'attenuazione della linea di trasmissione aumenta apprezzabilmente e la temperatura di rumore al connettore

d'uscita del carico è sensibilmente più alta della temperatura d'ebollizione dell'azoto. Per questi motivi spesso si preferisce utilizzare un carico del tipo “antenna a horn”: esso è costituito da un'antenna a horn che osserva un corpo assorbente alla temperatura d'ebollizione dell'azoto.

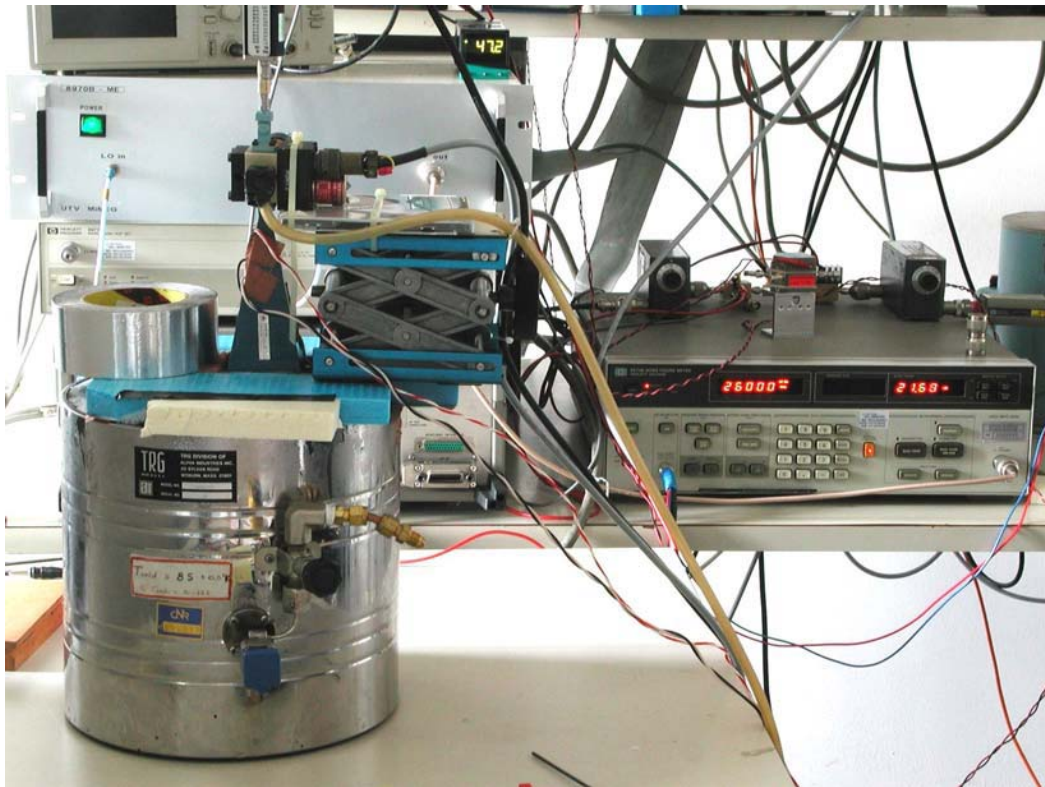


Fig. 23: Fotografia del set up di misura adoperato nella banda Ka

La temperatura di rumore all'uscita dell'antenna è prossima a quella del corpo assorbente, con dei contributi addizionali che tengono conto delle perdite (dissipative) dell'antenna e del fatto che i suoi lobi secondari puntano verso sorgenti a temperature più elevate [33].

Il carico adoperato è progettato e realizzato in casa: per esso non si dispone di un certificato di calibrazione in cui è quotata la temperatura di rumore al variare della frequenza. Questa è calcolata partendo dalla temperatura d'ebollizione dell'azoto e stimando i singoli contributi che possono determinarne l'aumento.

In realtà, dovendo calibrare sorgenti di rumore fino ad una frequenza massima di 40 GHz, i carichi utilizzati sono due, il primo con la flangia dell'antenna di tipo WR 42, per misure da 18 GHz a 26 GHz, ed il secondo, per misure da 26 GHz fino a 40 GHz, con la flangia di tipo WR 28. Entrambe i carichi sono composti (Fig. 24) da un'antenna a horn (selezionata) che illumina un tappeto di coni *Eccosorb*[®] CV-6 (che costituisce il carico assorbente^{xxxii}) [34], contenuto in una pentola di acciaio isolata termicamente e riempita di azoto liquido.

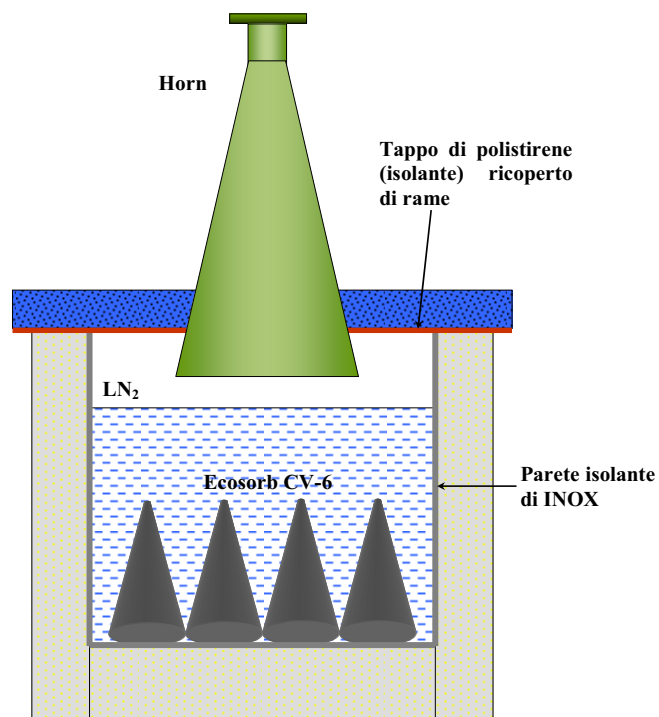


Fig. 24: Struttura del carico freddi di tipo "antenna a horn" (WR 42 e WR 28)

^{xxxii} L' *Eccosorb*[®] CV6 è un materiale assorbente alle frequenze millimetriche: esso ha una riflettività limite a bassa frequenza pari a -40 dB a 6 GHz (con incidenza della radiazione normale).

4.3.1 Carico freddo con antenna a horn WR 42

La scelta dell'antenna a horn in WR 42 avviene su una rosa di quattro antenne disponibili, elencate nella Tabella 8.

<i>Profilo</i>	<i>Guadagno</i>	<i>Costruttore</i>	<i>RL</i>	<i>metallo^{xxxii}</i>
conico corrugato	25 dB	homemade	-20 dB	Alluminio
rettangolare	25 dB	homemade	-25 dB	Ottone
rettangolare	20 dB	<i>Flann</i> [®]	-25 dB	Rame dorato
rettangolare	20 dB	<i>Flann</i> [®]	-30 dB	–

Tabella 8: Antenne a horn in WR 42

La scelta ricade sull'ultima antenna in base alle dimensioni contenute e all'ottimo adattamento misurato (Fig. 25); d'altra parte poiché il metallo con il quale è realizzata non ha una resistività superficiale tanto bassa quanto quella del rame^{xxxiii}, le sue perdite potrebbero essere sensibili. Ciò nonostante, data la distribuzione del campo elettromagnetico interno all'antenna, è ragionevole pensare a valori di attenuazione estremamente bassi^{xxxiv}.

^{xxxii} Si intende il metallo con cui è realizzata la finitura superficiale interna dell'antenna.

^{xxxiii} Non si è in grado di riconoscere quale sia il materiale con cui è fatto il trattamento superficiale, ma solo di escludere che si tratti di rame.

^{xxxiv} Le antenne a horn sono formate da un primo breve tratto a forma di guida d'onda e da un secondo tratto, molto più lungo del primo, con perimetro della sezione di dimensione crescente man mano che ci si allontana dal primo tratto: la densità di corrente superficiale diminuisce all'aumentare della sezione e di conseguenza le perdite del primo tratto sono più grandi di quelle del tratto a sezione più grande.

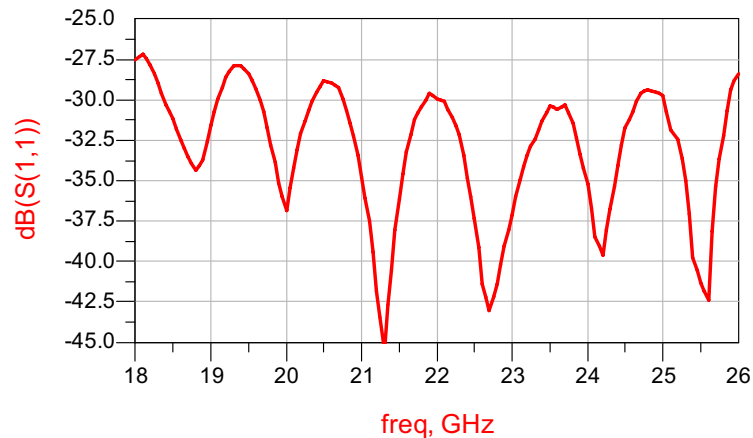


Fig. 25: Adattamento alla flangia WR 42 dell'antenna a horn che punta il carico freddo

La temperatura di rumore alla flangia dell'antenna (WR 42) dipende da vari fattori; alcuni di questi sono determinabili, altri solo stimabili, su altri ancora poco si può dire. In particolare bisogna tenere in conto:

- **Temperatura di ebollizione dell'azoto**

La temperatura di ebollizione dell'azoto (N_2) alla pressione standard del livello del mare, pari a 760 mm Hg, cioè 1013 hPa, vale 77.35 K. Ricavando empiricamente la legge di variazione della temperatura d'ebollizione con la pressione dai tabulati presenti in [35], si ottiene:

$$T = -6.161 \cdot 10^{-6} \cdot P^2 + 0.01847 \cdot P + 63.949 \quad [\text{K}] \quad (3.49)$$

dove la pressione è espressa in hPa.

Il giorno delle misure in banda K la pressione atmosferica è pari a 1005 hPa, per cui utilizzando la (3.49), si ottiene la temperatura di ebollizione dell'azoto uguale a 77.29 K.

- **Contributo di spill over**

Con l'aiuto di un programma di simulazione del pattern d'antenna si è calcolato l'integrale di spill over sui due piani, tra loro ortogonali, normali al piano individuato dalla bocca dell'antenna.

Poiché le pareti del dewar viste dallo *spill over* sono riflettenti (anche purché il tappo è ricoperto di rame) e fredde, la loro temperatura di brillanza è intermedia tra 77 K e 300 K: assumendo una temperatura *off beam* (cioè fuori del lobo primario il quale vede una temperatura di 77 K) pari ad una frazione (ad es. $\frac{1}{2}$) della temperatura ambiente, si ottengono i risultati riportati in Tabella 9.

<i>spill over</i>	Temperatura <i>off beam</i>	Temperatura <i>spill over</i>	
0 ÷ 0.00194	150 K	0 ÷ 0.29 K	0.15 ± 0.15 K

Tabella 9: Contributo di *spill over* alla temperatura di rumore del carico freddo WR 42

- Riflettività del bagno di azoto liquido

L'utilizzo dei coni *Eccosorb*[®] CV-6 consente di avere riflettività tipicamente inferiori a -50 dB. Inoltre più il rapporto tra la lunghezza d'onda della radiazione e le dimensioni del cono decresce, più la riflettività della terminazione diminuisce: solitamente un carico assorbente costituito da coni di CV-6, per frequenze superiori a 18 GHz, è considerato un corpo nero ideale. Il bagno d'azoto non modifica le proprietà assorbenti del CV-6.

L'aria secca ha una costante dielettrica relativa ϵ_r pari a 1.000649 ad una pressione atmosferica di 1013 mbar [36]. L'atmosfera d'aria è composta al 78% di azoto: si può fare un'approssimazione e considerarla come se fosse costituita al 100% di azoto; in altre parole si vuole approssimare la costante dielettrica dell'azoto gassoso con quella dell'aria.

Il rapporto di concentrazione fra azoto liquido e azoto allo stato gassoso vale circa 800 ad una temperatura di 20 °C ed una pressione di 1013 mbar; la costante dielettrica relativa dell'azoto liquido vale quindi (cfr. Appendice D) [37]:

$$\epsilon_r(N_2^{liq.}) = \epsilon_r(N_2^{gas}) \cdot (800 + 1) - 800 \cdot \epsilon_{r0} \cong 1.5 \quad (3.50)$$

La riflettività che si ha passando bruscamente da due mezzi di trasmissione con costanti dielettriche relative diverse ed uguali a $\varepsilon_{r1} \cong 1$ ed $\varepsilon_{r2} \cong 1.5$ vale circa – 19 dB [38].

Si è provato a misurare tale (inaccettabile) valore, sia con il metodo a singolo horn (utilizzando un analizzatore di reti vettoriale), sia con il metodo a due horn (utilizzando un analizzatore di reti vettoriale ed un analizzatore di spettro), bagnando di azoto il carico *Eccosorb*[®] CV-6, ma non si è riuscito ad osservare alcun peggioramento della riflettività rispetto a quella propria dell'horn.

Un'ipotesi che potrebbe spiegare questo fortunato fenomeno risiede nel fatto che la superficie dell'azoto non è mai piana: l'agitazione termica dell'ebollizione produce creste, valli, e bolle con dimensioni comparabili con la lunghezza d'onda della radiazione, producendo quindi una sorta d'effetto *taper*.

- **Attenuazione dell'antenna a horn**

Data l'impossibilità di effettuare misure di rete a due porte l'attenuazione dell'antenna può solamente essere stimata. La stima si basa sulle informazioni di attenuazione per unità di lunghezza tipiche delle guide d'onda.

L'esperienza ha dimostrato che si possono realisticamente utilizzare i valori di attenuazione teorica in dB/m dopo averli moltiplicati per un coefficiente arbitrario 1.3^{xxxv}. Inoltre, poiché il perimetro dell'antenna si allarga se la si percorre assialmente, ci si aspetta che l'attenuazione specifica decresca molto rapidamente procedendo dalla flangia WR42 alla bocca dell'antenna [33].

D'altra parte il tratto a sezione variabile è tipicamente 10÷20 volte più lungo del tratto di guida: in pratica si considera l'attenuazione del tratto in guida WR

^{xxxv} Le attenuazioni teoriche delle guide d'onda sono quasi sempre troppo ottimistiche.

42 e se moltiplica il valore per un coefficiente pari a 3^{xxxvi} (per horn con guadagno 20 dB) e pari a 4 (per horn con guadagno 25 dB)^{xxxvii}.

- **Drift termici dell'antenna**

Quando l'antenna è posizionata vicina al bagno di azoto liquido tende a raffreddarsi. Le conseguenze sono formazione di brina e ghiaccio sulle pareti dell'antenna stessa e progressivo raffreddamento, per conduzione, di tutte le parti metalliche collegate all'antenna. E' evidente che si tratta di effetti di disturbo, indesiderati perché inficiano il rumore termico generato dalla componentistica passiva. La brina ed il ghiaccio vengono ridotti saturando l'interno dell'horn con l'ausilio di un generatore di aria secca (ancora meglio sarebbe saturare con azoto). Il flusso di gas è iniettato tramite la quarta porta (libera) dello switch in guida d'onda. Il raffreddamento progressivo viene contrastato da un resistore di potenza termostato con controllore pid. La potenza richiesta è considerevole: circa 50 W ogni 200 mm di perimetro della bocca dell'antenna.

In base ai ragionamenti ed assunzioni fatte è possibile calcolare la temperatura di rumore del carico freddo alla flangia d'uscita WR 42. I contributi di ognuna delle singole cause di aumento della temperatura di rumore sono riassunti nella Tabella 10.

Freq.	Temp. ebollizione	Attenuazione antenna		Spill-over	Planck	T
		[dB]	[K]			
[GHz]	[K]	[dB]	[K]	[K]	[K]	[K]
18	77.29	0.026	1.3	0.15	-0.43	78.31
19	77.29	0.026	1.3	0.15	-0.46	78.28
20	77.29	0.025	1.3	0.15	-0.48	78.26
21	77.29	0.024	1.2	0.15	-0.5	78.14
22	77.29	0.023	1.2	0.15	-0.53	78.11

^{xxxvi} Il coefficiente moltiplicativo è grande poiché l'antenna utilizzata non è di tipo corrugato; antenne corrugate hanno infatti valori di attenuazione molto più piccoli di quelle non corrugate.

^{xxxvii} Le antenne a horn con guadagno 25 dB sono più lunghe di quelle con guadagno 20 dB e di conseguenza hanno un'attenuazione maggiore.

23	77.29	0.022	1.1	0.15	-0.55	77.99
24	77.29	0.021	1.1	0.15	-0.58	77.96
25	77.29	0.020	1.0	0.15	-0.60	77.84
26	77.29	0.019	1.0	0.15	-0.62	77.82

Tabella 10: Temperatura di rumore del carico freddo WR 42

In Fig. 26 è mostrata una fotografia del carico freddo WR 42.



Fig. 26: Carico freddo WR 42 per misure nella banda 18-26 GHz

4.3.2 Carico freddo con antenna a horn WR 28

Il carico con antenna a horn WR 28, per misure nel range di frequenze 26.5–40 GHz, è molto simile al carico WR 42 descritto nel paragrafo precedente. In generale valgono le stesse considerazioni generali, le stesse assunzioni e raccomandazioni. La

sceita dell'antenna in WR 28 è avvenuta su una rosa di due antenne, le cui caratteristiche sono riportate in Tabella 11; la preferenza è ricaduta sull'antenna con migliore adattamento (Fig. 27).

<i>Profilo</i>	<i>Guadagno</i>	<i>Costruttore</i>	<i>RL</i>	<i>metallo</i>
conico corrugato	25 dB	homemade	-15 dB	Alluminio
rettangolare	25 dB	homemade	-25 dB	Ottone dorato

Tabella 11: Antenne a horn in WR28

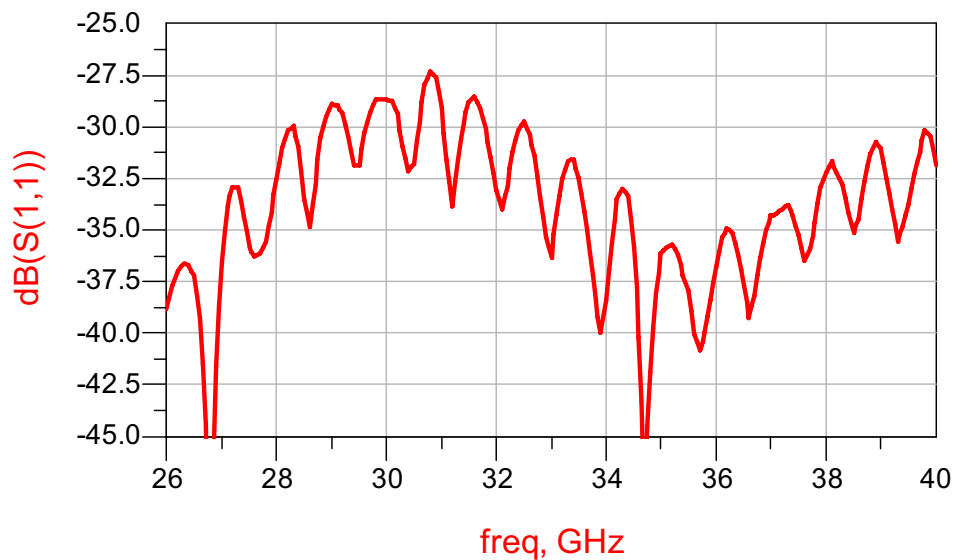


Fig. 27: Adattamento alla flangia WR 28 dell'antenna a horn che punta il carico freddo

Per quanto riguarda il contributo all'innalzamento della temperatura di rumore del carico dovuto al beam d'antenna che non vede solo azoto liquido (a 77 K), ma anche sorgenti di rumore a 300 K, i risultati sono riassunti nella Tabella 12.

<i>spill over</i>	<i>Temperatura off beam</i>	<i>Temperatura spill over</i>	
0 ÷ 0.001	150 K	0 ÷ 0.15 K	0.08 ± 0.08 K

Tabella 12: Contributo di spill over alla temperatura di rumore del carico freddo WR 28

La temperatura d'ebollizione dell'azoto ad una pressione atmosferica uguale a 1010 hPa, misurata il giorno in cui sono state fatte le misure, vale 77.33 K.

Nella Tabella 13 è riportato il valore della temperatura di rumore del carico freddo WR 28.

Freq.	Temp ebollizione	Attenuazione horn		Spill-over	Planck	T
[GHz]	[K]	[dB]	[K]	[K]	[K]	[K]
26	77.33	0.037	1.9	0.08	-0.62	78.69
27	77.33	0.037	1.9	0.08	-0.65	78.66
28	77.33	0.036	1.8	0.08	-0.67	78.54
29	77.33	0.035	1.8	0.08	-0.70	78.51
30	77.33	0.034	1.7	0.08	-0.72	78.39
31	77.33	0.034	1.7	0.08	-0.74	78.37
32	77.33	0.033	1.7	0.08	-0.77	78.34
33	77.33	0.032	1.6	0.08	-0.79	78.22
34	77.33	0.031	1.6	0.08	-0.82	78.19
35	77.33	0.030	1.5	0.08	-0.84	78.07
36	77.33	0.030	1.5	0.08	-0.86	78.05
37	77.33	0.029	1.5	0.08	-0.89	78.02
38	77.33	0.028	1.4	0.08	-0.91	77.90
39	77.33	0.027	1.4	0.08	-0.94	77.87
40	77.33	0.027	1.4	0.08	-0.96	77.85

Tabella 13: Temperatura di rumore del carico freddo con WR 28

4.3.3 Risultati

In Fig. 28 e in Fig. 29 sono mostrati rispettivamente la temperatura di rumore e l'ENR della combinazione sorgente HP 346C (S/N 3228A02283) - attenuatore *Anritsu*[®] 41KC-6, misurati nella banda 18-26 GHz (curva blu). La temperatura di rumore misurata è confrontata con quella calcolata (curva fucsia).

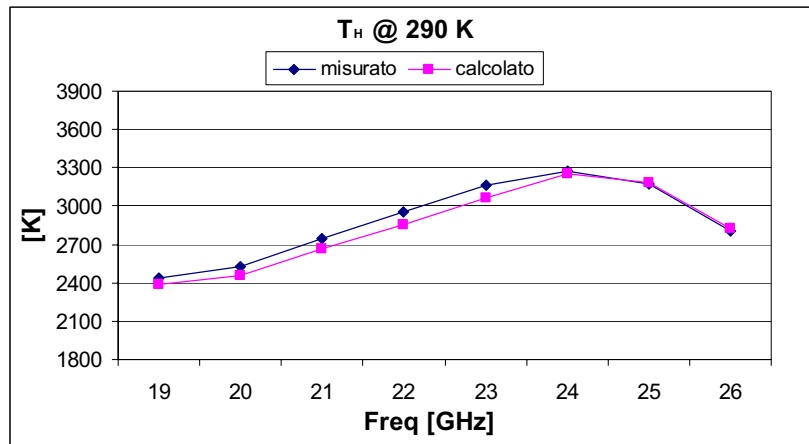


Fig. 28: Temperatura di rumore misurata (blu) e calcolata (fucsia) della combinazione della sorgente HP 346C e dell'attenuatore 41KC-6 nella banda 18-26 GHz

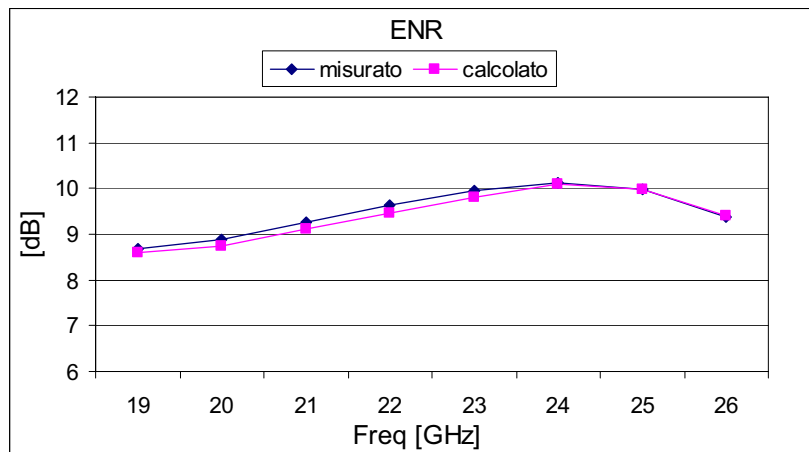


Fig. 29: ENR misurato (blu) e calcolato (fucsia) della combinazione della sorgente HP 346C e dell'attenuatore 41KC-6 nella banda 18-26 GHz

In questa banda di frequenze, diversamente da quanto ottenuto precedentemente, lo scostamento tra i valori misurati e i valori calcolati è superiore a 0.1 dB. La cosa è da imputare al carico freddo utilizzato come riferimento di temperatura di rumore e al fatto che la temperatura sua di rumore è affetta da un'incertezza molto elevata.

In Fig. 30 e Fig. 31 sono mostrati rispettivamente l'ENR e la temperatura di rumore della combinazione sorgente *NoiseCom*[®] NC346KA (S/N K370) - attenuatore *Anritsu*[®] 41KC-10, misurati nella banda 1-40 GHz.

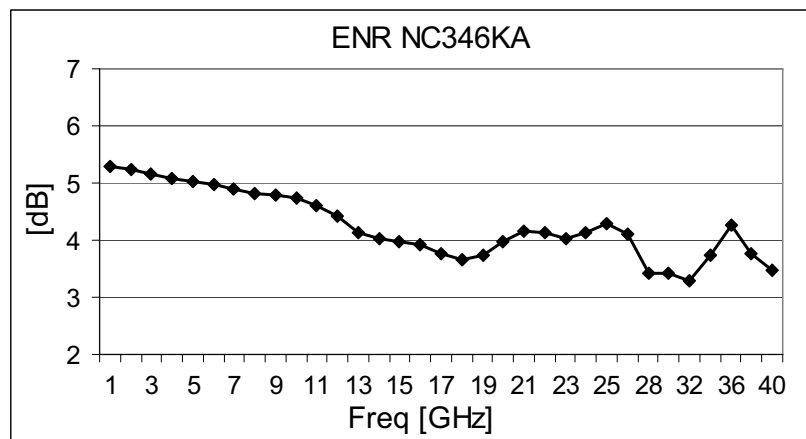


Fig. 30: ENR misurato della combinazione della sorgente *NoiseCom*[®] NC346KA e dell'attenuatore 41KC-10 nella banda 1-40 GHz

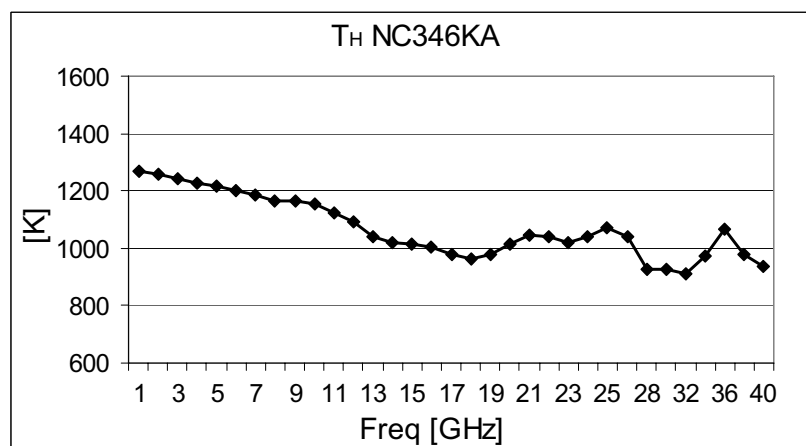


Fig. 31: Temperatura di rumore misurata della combinazione della sorgente *NoiseCom*[®] NC346KA e dell'attenuatore 41KC-10 nella banda 1-40 GHz

Le considerazioni fatte per il carico freddo WR42 sono valide anche per il carico WR28. L'incertezza associata al valore della sua temperatura di rumore non ci permette di ritenere affidabili i valori riportati in Fig. 30.

5. Analisi dell'incertezza

Misurato il valore dell'ENR della sorgente di rumore è molto importante quotare anche l'incertezza associata a tale valore. E' quindi necessaria un'analisi dell'incertezza del nostro sistema di misura. Nel far ciò utilizzeremo le notazioni introdotte nel paragrafo 1 di questo capitolo.

L'equazione utilizzata per calcolare la temperatura di rumore della sorgente è la (3.31), che riportiamo per comodità:

$$T_x = T_a + (T_{crio} - T_a) \frac{M_{0,crio} \alpha_{01} (Y_x - 1)}{M_{0,x} \alpha_{02} (Y_{crio} - 1)}$$

Essa è stata ottenuta nell'ipotesi che il radiometro risponda linearmente alle potenze al suo ingresso e che sia perfettamente isolato dal carico d'ingresso. L'incertezza nella misura della temperatura di rumore T_x è dovuta alle incertezze nella misura delle quantità che appaiono alla destra dell'equazione (3.31), oltre che allo scostamento dalle ipotesi di linearità del radiometro e di isolamento ideale. Nei prossimi paragrafi saranno valutate, una ad una, tutte le singole componenti dell'incertezza del nostro sistema di misura.

Il contributo dovuto all'isolamento non ideale del radiometro sarà trascurato (si stima che nel caso in esame esso sia estremamente piccolo): una analisi approfondita di tale contributo è riportata in [16]. I valori di incertezza riportati si riferiscono alla calibrazione della sorgente HP 346 C (S/N 3228A02283) con attenuatore da 6dB nella banda di frequenza 1-18 GHz.

5.1 Incertezza dovuta al carico freddo

La variazione, δT_x , nella temperatura di rumore T_x dovuta ad una piccola variazione, δT_{crio} , nella temperatura del carico freddo T_{crio} vale:

$$\delta T_x (crio) = \frac{\partial T_x}{\partial T_{crio}} \cdot \delta T_{crio} \quad (3.51)$$

In generale, si osservi che una (piccola) variazione nel parametro z può essere legata all'incertezza standard nel parametro dalla:

$$u_z^2 = \langle |\delta z|^2 \rangle \quad (3.52)$$

dove la media è calcolata su un insieme (molto grande) di misure indipendenti del parametro z .

Sviluppando la (3.51) si può scrivere:

$$\delta T_x (crio) = \frac{M_{0,crio} \alpha_{01}}{M_{0,x} \alpha_{02}} \frac{(Y_x - 1)}{(Y_{crio} - 1)} \cdot \delta T_{crio} = \frac{T_x - T_a}{T_{crio} - T_a} \cdot \delta T_{crio} \quad (3.53)$$

Utilizzando l'incertezza standard relativa, definita come il rapporto tra l'incertezza standard del parametro z e il valore del parametro:

$$\xi_z = \frac{u(T_z)}{z} \quad (3.54)$$

si ottiene:

$$\frac{u(T_x)_{crio}}{T_x} = \left| 1 - \frac{T_a}{T_x} \right| \left| \frac{T_{crio}}{T_{crio} - T_a} \right| \frac{u(T_{crio})}{T_{crio}} \quad (3.55)$$

La (3.37) mostra che le due principali fonti d'incertezza nella determinazione della temperatura di rumore T_{crio} sono nella temperatura di rumore T' , incertezza questa fornita dal costruttore del carico, e nella misura di G_{av}^{trans} .

Il contributo dell'incertezza relativa dovuta a T' vale:

$$\frac{u(T_{crio})_{T'}}{T_{crio}} = \left| 1 - \left(1 - G_{av}^{trans}\right) \frac{T_a}{T_{crio}} \right| \frac{u(T')}{T'} \quad (3.56)$$

Per il calcolo del contributo relativo a G_{av}^{trans} si approssima la (3.37) con la:

$$T_{crio} = T' \cdot |S_{21}^{trans}|^2 + T_a \left(1 - |S_{21}^{trans}|^2\right) \quad (3.57)$$

supponendo trascurabile il contributo dovuti ai disadattamenti. Si ottiene dalla (3.57):

$$\frac{u(T_{crio})_{|S_{21}^{trans}|}}{T_{crio}} = 2 \cdot \left| 1 - \frac{T_a}{T_{crio}} \right| \frac{u(|S_{21}^{trans}|)}{|S_{21}^{trans}|} \quad (3.58)$$

Infine il contributo dovuto all'incertezza nella misura della temperatura ambiente vale:

$$\frac{u(T_{crio})_{T_a}}{T_{crio}} = \left| 1 - \frac{G_{av}^{trans} T'}{T_{crio}} \right| \frac{u(T_a)}{T_a} \quad (3.59).$$

5.1.1 Contributo d'incertezza dovuto alla temperatura di rumore del carico Maury

Nel paragrafo precedente si è visto che l'incertezza nella temperatura di rumore T_{crio} dovuta all'incertezza nella temperatura di rumore del carico freddo è data dalla:

$$\frac{u(T_{crio})_{T'}}{T_{crio}} = \left| 1 - \left(1 - G_{av}^{trans}\right) \frac{T_a}{T_{crio}} \right| \frac{u(T')}{T'}$$

Si tratta di stimare l'incertezza standard $u(T')$. Tale valore è fornito dal costruttore del carico freddo [23], [39] e vale:

Incetezza nella temperatura di rumore (2σ)	
[GHz]	[K]
3.95	±0.7
7.5	±1.0
12.4	±1.2
18.0	±1.5

Tabella 14: Incetezza espansa (2σ) della temperatura di rumore del carico Maury

L'andamento in frequenza dell'incetezza espansa (K=2) e dell'incetezza standard del carico freddo Maury è mostrato in Fig. 32. L'incetezza standard a 18 GHz vele quindi $u(T') = 0.75 \text{ K}$. Essendo $T' = 84.54 \text{ K}$ l'incetezza standard relativa è pari a:

$$\xi_{T'} = \frac{u(T')}{T'} = 0.89\%$$

Approssimando G_{av}^{trans} con $|S_{21}^{trans}|^2$, essendo $T_{crio}(18 \text{ GHz}) = 90.5 \text{ K}$ dalla (3.56) si ottiene:

$$\frac{u(T_{crio})_{T'}}{T_{crio}} = 0.918 * \frac{u(T')}{T'} = 0.82\%$$

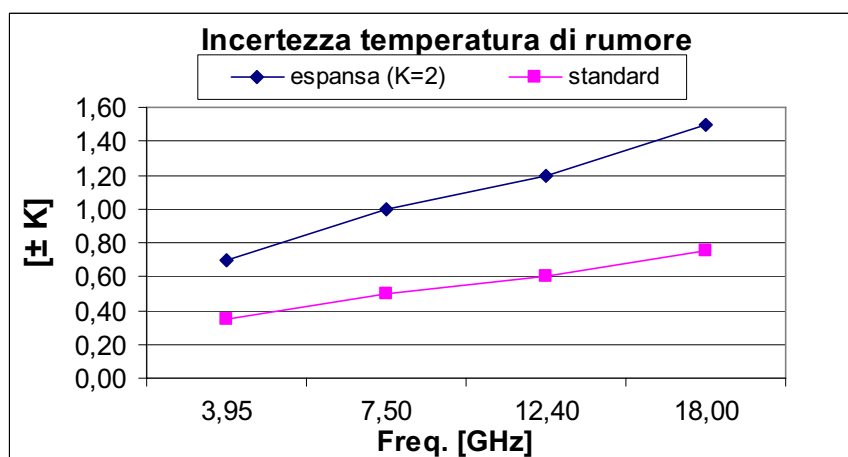


Fig. 32: Incetezza espansa (K=2) e standard del carico freddo Maury

5.1.2 Contributo d'incertezza dovuto alla misura del parametro $|S_{21}^{trans}|$

La (3.58) permette di calcolare l'incertezza nella temperatura T_{crio} dovuta all'incertezza nella misura del parametro $|S_{21}^{trans}|$. Nel paragrafo 4.2.3 si è descritta la procedura per la misura dei parametri S della transizione 7 mm-K. Per stimare l'incertezza standard $u(|S_{21}^{trans}|)$ si è proceduto nella maniera descritta di seguito.

Le incertezze *worst case* per le misure del modulo e della fase del coefficiente di riflessione sono quotate in [40] e sono riportate nella Tabella 15.

Deviazione worst case nella misura di S_{ii} nella banda 2-20 GHz					
	$ S_{ii} \approx 0.1$	$ S_{ii} \approx 0.2$	$ S_{ii} \approx 0.5$	$ S_{ii} \approx 0.8$	$ S_{ii} \approx 1$
$u(S_{ii})$	0.01	0.01	0.015	0.02	0.025
$u(\angle S_{ii})$	7°	4°	2.5°	2°	2°

Tabella 15: Deviazione worst case nella misura di coefficiente di riflessione nella banda 2-20 GHz

Per le incertezze riportate in Tabella 15 è stata supposta una distribuzione di tipo uniforme: le incertezze standard sono ottenute quindi dividendo le deviazioni *worst case* per $\sqrt{3}$ [2].

Disponendo di più misure di ognuno dei carichi utilizzati per determinare i parametri S della transizione 7 mm-K, alle incertezze riportate in Tabella 15 sono state sommate in modo RSS le incertezze stimate con metodi di valutazione di tipo A. Quest'ultime sono almeno un ordine di grandezza più piccole delle prime e quindi in prima approssimazione trascurabili.

Allo scopo di determinare l'incertezza $u(|S_{21}^{trans}|)$ si utilizza un metodo numerico; una procedura in *MatLab*[®] esegue una serie (sufficientemente grande) di iterazioni: per ogni iterazione è stato sommato un errore, valutato utilizzando le incertezze riportate in Tabella 15, alle misure dei coefficienti di riflessione necessarie al calcolo di $|S_{21}^{trans}|$; per ogni iterazione si è quindi ottenuto un valore del parametro $|S_{21}^{trans}|$. Al

termine delle iterazioni si è calcolata la deviazione standard del campione di dati che rappresenta la miglior stima dell'incertezza $u(|S_{21}^{trans}|)$:

$$u(|S_{21}^{trans}|) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i^N (|S_{21}^{trans}|_i - \overline{|S_{21}^{trans}|})^2} = 0.004 \quad (3.60)$$

l'incertezza relativa $\xi_{|S_{21}^{trans}|}$ vale:

$$\xi_{|S_{21}^{trans}|} = \frac{u(|S_{21}^{trans}|)}{|S_{21}^{trans}|} = 0.41\% \quad (3.61)$$

e, infine:

$$\frac{u(T_{crio})_{|S_{21}^{trans}|}}{T_{crio}} = 2 \cdot 2.31 \cdot \frac{u(|S_{21}^{trans}|)}{|S_{21}^{trans}|} = 1.9\% \quad (3.62)$$

5.1.3 Contributo d'incertezza dovuto alla misura di T_a

Assumendo $u(T_a) = 0.17 K$ (cfr. paragrafo successivo) si può calcolare la (3.59):

$$\frac{u(T_{crio})_{T_a}}{T_{crio}} = 0.09 \cdot \frac{u(T_a)}{T_a} = 0.005\% \quad (3.63)$$

Possiamo a questo punto calcolare l'incertezza standard $u(T_{crio})$:

$$\begin{aligned} u(T_{crio}) &= \sqrt{u(T_{crio})_{T_a}^2 + u(T_{crio})_{|S_{21}^{trans}|}^2 + u(T_{crio})_{T'}^2} = \\ &= \sqrt{(0.0045)^2 + (1.72)^2 + (0.74)^2} = 1.87 K \end{aligned} \quad (3.64)$$

e, in termini di incertezza relativa:

$$\xi_{T_{crio}} = \frac{u(T_{crio})}{T_{crio}} = 2.07\% \quad (3.65)$$

La (3.55) permette infine di calcolare il contributo nell'incertezza della temperatura di rumore della sorgente dovuto alla T_{crio} :

$$\frac{u(T_x)_{crio}}{T_x} = 0.87 \cdot 0.43 \cdot 2.07\% = 0.77\% \quad (3.66)$$

E' stato utilizzato il valore della temperatura $T_x = 2346$ K ottenuto alla frequenza 18 GHz.

5.2 Incertezza dovuta al carico a temperatura ambiente

Il contributo dell'incertezza nella misura della temperatura ambiente all'incertezza nella misura della temperatura di rumore è dato dalla relazione:

$$\frac{u(T_x)_a}{T_x} = \frac{T_a}{T_x} \left| \frac{T_{crio} - T_x}{T_{crio} - T_a} \right| \frac{u(T_a)}{T_a} \quad (3.67)$$

Le componenti d'incertezza nella misura della temperatura ambiente sono quella associata al sensore e quelle valutate tramite un'analisi statistica di molteplici osservazioni.

L'incertezza standard associata al sensore vale [41]:

$$u(T_a)_{sensore} = \frac{0.25}{\sqrt{3}} = 0.15 \text{ K} \quad (3.68)$$

Per quanto riguarda la componente dell'incertezza valutabile tramite metodi di tipo A, la deviazione (*worst case*) vale ± 0.125 K e l'incertezza standard associata vale:

$$u(T_a)_{sensore} = \frac{0.125}{\sqrt{3}} = 0.072 \text{ K} \quad (3.69)$$

L'incertezza standard nella misura della temperatura ambiente vale:

$$u(T_a) = \sqrt{0.15^2 + 0.072^2} = 0.17 \text{ K} \quad (3.70)$$

Dalla (3.67) si ottiene:

$$\frac{u(T_x)_a}{T_x} = \frac{T_a}{T_x} \left| \frac{T_{crio} - T_x}{T_{crio} - T_a} \right| \cdot 0.057\% \quad (3.71)$$

Sostituendo i valori (validi a 18 GHz) $T_x = 2346$ K e $T_c = 90.5$ K si ottiene:

$$\frac{u(T_x)_a}{T_x} = 0.128 \cdot 10.76 \cdot 0.057\% = 0.078\% \quad (3.72).$$

5.3 Incertezza dovuta alla misura dei fattori Y

Le misure di potenza compaiono nell'*equazione del radiometro* sotto forma dei rapporti Y_x e Y_{crio} nel fattore Z :

$$Z = \frac{(Y_x - 1)}{(Y_{crio} - 1)} \quad (3.73)$$

La variazione δT_x della temperatura di rumore dovuta a una piccola variazione δZ vale:

$$\delta T_x(Z) = \frac{\partial T_x}{\partial Z} \cdot \delta Z = \frac{M_{0,crio} \alpha_{01}}{M_{0,x} \alpha_{02}} (T_{crio} - T_a) \cdot \delta Z \quad (3.74)$$

In termini di incertezza standard relative si ha:

$$\frac{u(T_x)_Z}{T_x} = \left| \frac{T_x - T_a}{T_x} \right| \frac{u(Z)}{Z} \quad (3.75)$$

Il fattore Z dipende dalla misura dei due rapporti Y_x e Y_{crio} per cui si può scrivere:

$$\delta Z(Y_x) = \frac{\partial Z}{\partial Y_x} \cdot \delta Y_x = \frac{1}{Y_{crio} - 1} \delta Y_x \quad (3.76)$$

$$\delta Z(Y_{crio}) = \frac{\partial Z}{\partial Y_{crio}} \cdot \delta Y_{crio} = -\frac{(Y_x - 1)}{(Y_{crio} - 1)^2} \delta Y_{crio} \quad (3.77)$$

Assumendo uguali le variazioni dei rapporti di potenze e supponendo scorrelate le due fonti di incertezza:

$$\delta Y_x = \delta Y_{crio} = \delta Y \quad (3.78)$$

l'incertezza combinata associata al fattore Z vale:

$$u(Z) = \sqrt{u(Z)_{Y_x}^2 + u(Z)_{Y_{crio}}^2} \quad (3.79)$$

e utilizzando le espressioni (3.76) e (3.77) può essere scritta:

$$\begin{aligned} u(Z) &= \sqrt{\frac{1}{|Y_{crio} - 1|^2} + \frac{|Y_x - 1|^2}{|Y_{crio} - 1|^4}} \cdot u(Y) = \\ &= \frac{u(Y)}{|Y_{crio} - 1|} \sqrt{1 + \frac{|Y_x - 1|^2}{|Y_{crio} - 1|^2}} = \frac{u(Y)}{|Y_{crio} - 1|} \sqrt{1 + |Z|^2} \end{aligned} \quad (3.80)$$

Infine sostituendo la (3.80) nella (3.75) si ottiene:

$$\frac{u(T_x)_Z}{T_x} = \left| \frac{T_x - T_a}{T_x} \right| \frac{1}{|Y_{crio} - 1|} \frac{\sqrt{1 + |Z|^2}}{Z} u(Y) \quad (3.81)$$

Rimane da determinare l'incertezza standard associata alla misura di un rapporto di potenze, $u(Y)$.

Le fonti di incertezza nelle misure di potenza sono molteplici, ma quando si esegue una misura a rapporto molte di esse sono automaticamente eliminate; tra le restanti le più importanti sono l'incertezza dovuta alla non linearità del sensore e l'incertezza dovuta al rumore del wattmetro, l'incertezza dovuta alla cifra meno significativa (*least significant digit*) e l'incertezza dovuta al jitter ($1/\sqrt{B\tau}$).

Nel range di potenze misurate (0.5÷2 mW) l'incertezza standard dovuta al rumore è dell'ordine dello 0.0015% e quindi trascurabile [42]; con una banda d'osservazione uguale a 4 MHz e una costante di integrazione pari a 2.2 s anche l'incertezza dovuta alla sensibilità del sistema è trascurabile; l'incertezza dovuta alla cifra meno significativa è stimabile uguale a 0.05% e quindi anch'essa trascurabile; per quanto riguarda l'incertezza dovuta alla linearità, per sensori a termocoppia nel range di potenze 0.5÷2 mW, essa è trascurabile secondo [7].

Test eseguiti in laboratorio sulla sezione a IF del sistema di misura riportato in

Fig. 4 mostrano che la deviazione (*worst case*) associata alla linearità del sensore è $\pm 0.005 \text{ dB}$ che corrisponde allo 0.11% [43]. Supponendo una distribuzione uniforme si ottiene [1] l'incertezza standard relativa associata a Y :

$$\xi_Y = \frac{u(Y)}{Y} = \frac{0.11}{\sqrt{3}} \% = 0.07\% \quad (3.82)$$

Utilizzando la (3.82) e sostituendo i valori $Y_{crio} \approx 1.5$, $Y_x \approx 4$, $Z \approx 6$, $T_a \approx 300 \text{ K}$ nella (3.81) si ottiene l'incertezza standard relativa della temperatura di rumore T_x dovuta ad un'incertezza di misura del parametro Z :

$$\frac{u(T_x)_Z}{T_x} = 0.37\% \quad (3.83).$$

5.4 Incertezza dovuta alla misura dei parametri S

Con riferimento all'equazione del radiometro (3.31) si definisce il rapporto [15]:

$$\mathbb{Q} = \frac{M_{0,crio} \alpha_{01}}{M_{0,x} \alpha_{02}} \quad (3.84)$$

La variazione δT_x della temperatura di rumore dovuta a una piccola variazione $\delta \mathbb{Q}$ vale:

$$\delta T_x(\mathbb{Q}) = \frac{\partial T_x}{\partial \mathbb{Q}} \cdot \delta \mathbb{Q} = (T_{crio} - T_a) \frac{(Y_x - 1)}{(Y_{crio} - 1)} \cdot \delta \mathbb{Q} = \frac{(T_x - T_a)}{\mathbb{Q}} \delta \mathbb{Q} \quad (3.85)$$

In termini di incertezza standard relative si ha:

$$\frac{u(T_x)_{\mathbb{Q}}}{T_x} = \left| \frac{T_x - T_a}{T_x} \right| \frac{u(\mathbb{Q})}{\mathbb{Q}} \quad (3.86)$$

La variazione $\delta \mathbb{Q}$ dovuta a piccole variazioni nei parametri S e nei coefficienti di riflessione vale:

$$\frac{\delta Q}{Q} = 2 \left(\frac{\delta |S_{21}^{0-1}|}{|S_{21}^{0-1}|} + \frac{\delta |S_{21}^{0-2}|}{|S_{21}^{0-2}|} \right) + D_r \quad (3.87)$$

il coefficiente D_r tiene conto della variazioni nei coefficienti di riflessione e può essere in prima approssimazione trascurato [15]:

$$\frac{\delta Q}{Q} \cong 2 \left(\frac{\delta |S_{21}^{0-1}|}{|S_{21}^{0-1}|} + \frac{\delta |S_{21}^{0-2}|}{|S_{21}^{0-2}|} \right) \quad (3.88)$$

In termini di incertezza standard si può scrivere:

$$u(Q)_{|S_{21}^{0-1}|} = 2Q \frac{u(|S_{21}^{0-1}|)}{|S_{21}^{0-1}|} \quad (3.89)$$

$$u(Q)_{|S_{21}^{0-2}|} = 2Q \frac{u(|S_{21}^{0-2}|)}{|S_{21}^{0-2}|} \quad (3.90)$$

e supponendo assenza di correlazione si ottiene:

$$u(Q) = 2Q \sqrt{\frac{u^2(|S_{21}^{0-1}|)}{|S_{21}^{0-1}|^2} + \frac{u^2(|S_{21}^{0-2}|)}{|S_{21}^{0-2}|^2}} \quad (3.91)$$

Sostituendo la relazione (3.91) nella (3.86) si ottiene:

$$\frac{u(T_x)_Q}{T_x} = 2 \left| \frac{T_x - T_a}{T_x} \right| \sqrt{\frac{u^2(|S_{21}^{0-1}|)}{|S_{21}^{0-1}|^2} + \frac{u^2(|S_{21}^{0-2}|)}{|S_{21}^{0-2}|^2}} \quad (3.92)$$

In [40] la deviazione (*worst case*) associata alla misura del modulo del parametro S_{21} è quotata (per valori $S_{21} \approx 0$ dB) uguale a 0.06 dB. Assumendo una distribuzione dell'incertezza uniforme si può concludere che:

$$\frac{u(|S_{21}|)}{|S_{21}|} = 0.44\% \quad (3.93)$$

e dalla (3.92):

$$\frac{u(T_x)_Q}{T_x} = 1\% \quad (3.94)$$

5.5 Incertezza standard nella misura di T_x

Utilizzando le relazioni (3.66), (3.72), (3.83), (3.94) è possibile calcolare l'incertezza standard associata alla misura della temperatura di rumore T_x come somma RSS, utilizzando la:

$$\begin{aligned} u(T_x) &= \sqrt{(u(T_x)_{crio})^2 + (u(T_x)_a)^2 + (u(T_x)_z)^2 + (u(T_x)_Q)^2} = \\ &= \sqrt{(18.0)^2 + (1.83)^2 + (8.68)^2 + (23.5)^2} = 30.9 \text{ K} \end{aligned} \quad (3.95)$$

La temperatura di rumore della sorgente HP 346C alla frequenza di 18 GHz è pari a:

$$T_x = 2346 \pm 30.9 \text{ K} \quad (3.96)$$

che espressa in dB diventa:

$$ENR^{dB} = 8.51 \text{ dB} \pm 0.06 \text{ dB} \quad (3.97)$$

Il risultato è molto buono: si consideri infatti che alcune delle incertezze componenti diminuiscono con la frequenza e il valore riportato si riferisce alla frequenza più elevata. Inoltre i valori di incertezza utilizzati sono stati per lo più delle volte conservativi. Di conseguenza si può dire il valore riportato nella (3.97) è con buona probabilità una stima molto pessimistica del l'incertezza nella misura di temperatura di rumore.

6. Conclusioni

Con l'idea di verificare i valori di ENR forniti dai costruttori di sorgenti di rumore, ma soprattutto con lo scopo di ridurre l'incertezza associata a tali valori si è effettuata una calibrazione di sorgente di rumore nel laboratorio delle alte frequenze del Dipartimento di Ingegneria Elettronica dell'Università di Roma Tor Vergata.

La calibrazione ha coinvolto più di una sorgente di rumore e si è spinta fino ad una frequenza massima di 40 GHz. Si è disposto di tre carichi freddi di riferimento: uno, per misure fino a 18 GHz, del tipo a *linea di trasmissione*, prodotto dalla *Maury Microwave*[®] e corredato di report di calibrazione; gli altri due, per misure rispettivamente nelle bande 18-26 GHz e 26-40 GHz, del tipo *antenna a horn*, progettati e realizzati con componenti commerciali.

I risultati ottenuti nella banda 1-18GHz sono molto soddisfacenti: lo scostamento dei valori misurati con quelli calcolati dai dati forniti dal costruttore differiscono in media di 0.05 dB. L'analisi della propagazione delle incertezze nel sistema di misura ha evidenziato che l'incertezza standard associata al valore di ENR misurato è al più uguale a $\pm 0.06 \text{ dB}$ (@ 18GHz); il valore ottenuto è molto più piccolo di quello quotato dal costruttore [10] pari a $\pm 0.2 \text{ dB}$.

I risultati ottenuti nelle bande di frequenza superiori sono invece affetti da un'incertezza molto elevata; ciò è da imputare principalmente alla natura dei carichi freddi utilizzati e alle analisi grossolane fatte per determinare il valore di temperatura di rumore fornito alla loro uscita. A frequenze superiori a 18 si continua quindi a utilizzare il valore quotato dal costruttore.

Ad ogni modo si tenga presente che le sorgenti di rumore calibrate vanno 'mantenute' [44] essendo, a nostro parere, degli standard di riferimento di temperatura di rumore molto accurati per frequenze inferiori a 18 GHz.

Appendice A – Propagazione dell'incertezza

Il caso di maggiore interesse, quando si calcola il valore dell'incertezza del risultato di una misura, è quando la quantità Y , il misurando, non è misurato direttamente, ma determinato da N altre quantità $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ attraverso la relazione funzionale f , detta *equazione di misura*:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (\text{A.1})$$

La funzione f nell'equazione (A.1) deve quindi esprimere non una semplice legge fisica, ma piuttosto un processo di misura e in particolare essa deve contenere tutte le quantità che possono contribuire in maniera significativa all'incertezza del risultato della misura.

Una stima del misurando Y , indicata con y , è ottenuta dalla (A.1) utilizzando delle stime x_1, x_2, \dots, x_N dei valori delle N quantità X_1, X_2, \dots, X_N ; così la stima y , cioè il risultato della misura è dato da:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (\text{A.2}).$$

L'incertezza standard combinata del risultato della misura y , $u_c(y)$, rappresenta la deviazione standard stimata del risultato ed è la radice quadrata (positiva) della varianza stimata $u_c^2(y)$ espressa dalla:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot u(x_i, x_j) \quad (\text{A.3})$$

L'equazione (A.3) si basa sullo sviluppo in serie di Taylor arrestato al primo ordine della (A.1) ed è detta legge di propagazione dell'incertezza. Le derivate parziali $\partial f / \partial x_i$ (coefficienti di sensibilità) sono uguali a $\partial f / \partial X_i$ calcolati per $X_i = x_i$;

$u(x_i)$ è l'incertezza standard associata a x_i e $u(x_i, x_j)$ è la covarianza stimata associata a x_i e x_j .

L'equazione (A.3) si riduce ad una forma più semplice nei casi di interesse pratico; infatti se le stime x_i delle quantità X_i possono essere assunte scorrelate, il secondo termine della relazione (A.3) svanisce.

La valutazione di tipo *A* di un'incertezza standard si può basare su un qualunque metodo statistico per il trattamento dei dati: si consideri ad esempio una quantità X_i il cui valore è stimato da n osservazioni indipendenti $X_{i,k}$ sotto le stesse condizioni di misura. In questo caso la stima x_i è data semplicemente dalla media di campione:

$$x_i = \bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{i,k} \quad (\text{A.4})$$

e l'incertezza standard associata a x_i ed indicata con $u(x_i)$ coincide con la stima della deviazione standard della media:

$$u(x_i) = S(\bar{X}_i) = \left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (X_{i,k} - \bar{X}_i)^2 \right)^{1/2} \quad (\text{A.5})$$

La valutazione di tipo *B* di un'incertezza si basa di solito su valutazioni tecnico-scientifiche ed assunzioni fatte utilizzando tutte le informazioni che si hanno a disposizione: dati precedentemente misurati, esperienza, specifiche dei costruttori delle strumentazioni utilizzate nella misura, dati forniti nei report di calibrazione, incertezze assegnate in testi di riferimento; si consideri ad esempio una quantità X_i il cui valore è stimato da una distribuzione di probabilità assunta rettangolare con un limite inferiore a_- ed un limite superiore a_+ . In questo caso la stima x_i coincide con il valor medio della distribuzione:

$$x_i = (a_- + a_+)/2 \quad (\text{A.6})$$

e l'incertezza standard $u(x_i)$ associata a x_i è la radice quadrata (positiva) della varianza della distribuzione

$$u(x_i) = a / \sqrt{3} \quad (\text{A.7})$$

dove:

$$a = \frac{(a_+ - a_-)}{2} \quad (\text{A.8}).$$

Appendice B – Incertezza standard associata alla sorgente di rumore

Le misure di fattore di rumore sono possibili eseguendo due misure di potenza di rumore, P_H e P_C , in corrispondenza a due differenti stati della sorgente di rumore, T_H e T_C . La temperatura di rumore incognita, T_x , è uguale a:

$$T_x = \frac{T_H - T_C Y}{Y - 1} \quad (\text{B.1})$$

dove Y prende il nome di *fattore* Y ed è pari al rapporto tra le misure di potenza nei due differenti stati della sorgente:

$$Y = \frac{P_H}{P_C} \quad (\text{B.2})$$

Utilizzando il legame tra temperatura di rumore e fattore di rumore:

$$F_x = 1 + \frac{T_x}{T_0} \quad (\text{B.3})$$

si ottiene l'espressione:

$$F_x = \frac{ENR + Y \left(1 - \frac{T_C}{T_0} \right)}{(Y - 1)} \quad (\text{B.4})$$

dove l' ENR caratterizza la sorgente di rumore ed è definito dalla:

$$ENR = \frac{T_H - T_0}{T_0} \quad (\text{B.5})$$

L' ENR della sorgente di rumore è fornito dai costruttori della sorgente ed è ovviamente un valore affetto da una sua incertezza standard di misura, indicata con $u(ENR)$. In altre parole il valore vero dell' ENR sarà compreso in una certa fascia

$ENR \pm u(ENR)$ che corrisponde ad una certa fascia di valori per la temperatura T_H , $T_H \pm u(T_H)$.

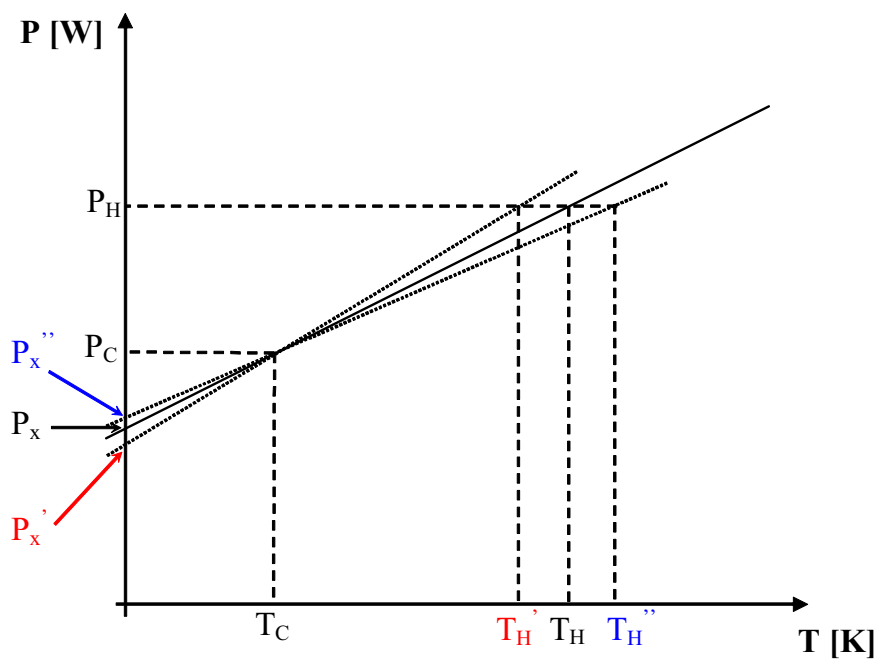


Fig. 33: L'incertezza sulla temperatura di rumore T_H

Con riferimento alla Fig. 33 si supponga di effettuare la misura di potenza di rumore P_H in corrispondenza della temperatura di rumore T_H , pensando invece di essere ad una temperatura T_H'' ; la temperatura di rumore che si ottiene sarà T_x'' (corrispondente alla potenza P_x'') anziché T_x (corrispondente alla potenza P_x): in altre parole l'incertezza standard $u(T_H)$ associata alla temperatura calda della sorgente di rumore ha come conseguenza un'incertezza $u(T_x)$ associata alla temperatura di rumore oggetto della misura; dalla (B.1) si ha infatti:

$$u(T_x) = \frac{\partial T_x}{\partial T_H} \cdot u(T_H) = \frac{1}{(Y-1)} \cdot u(T_H) \quad (B.6)$$

Si osservi che se:

$$Y \gg 1 \Rightarrow u(T_x) \cong 0$$

$$Y \rightarrow 1 \Rightarrow u(T_x) \rightarrow \infty$$

$$Y \rightarrow 2 \Rightarrow u(T_x) \rightarrow u(T_H)$$

Dalla (B.3), utilizzando la (B.6), si ottiene l'incertezza associata alla misura di fattore di rumore per un'assegnata incertezza sulla temperatura calda della sorgente:

$$u(F_x) = \frac{\partial F_x}{\partial T_x} u(T_x) = \frac{1}{T_0} \cdot \frac{1}{(Y-1)} u(T_H) \quad (B.7)$$

e ricordando la definizione dell'*ENR*, (B.5):

$$u(ENR) = \frac{1}{T_0} u(T_H) \quad (B.8)$$

si ottiene l'incertezza standard associata alla misura di fattore di rumore per un'assegnata incertezza standard associata al valore dell'*ENR*:

$$u(F_x) = \frac{1}{(Y-1)} u(ENR) \quad (B.9).$$

La (B.9) è valida sia in fase di calibrazione dello strumento di misura, sia in fase di misura; si può quindi scrivere:

$$u(F_2) = \frac{1}{(Y_2-1)} u(ENR) \quad (B.10)$$

$$u(F_{12}) = \frac{1}{(Y_{12}-1)} u(ENR) \quad (B.11)$$

dove Y_2 e Y_{12} sono rispettivamente i fattori Y misurati rispettivamente in fase di calibrazione e in fase di misura.

Per quanto riguarda il guadagno G_1 esso è pari ad un rapporto di potenze e non risente delle incertezze sulla temperatura T_H della sorgente, per cui:

$$u(G_1) = 0 \quad (B.12).$$

Ricordando la (3.4) che riportiamo per comodità:

$$u_c^2(F_1) = u^2(F_{12}) + \left(\frac{1}{G_1}\right)^2 u^2(F_2) + \left(\frac{F_2 - 1}{G_1^2}\right)^2 u^2(G_1)$$

ed utilizzando le relazioni (B.10), (B.11), (B.12) si ottiene l'incertezza combinata nella misura di fattore di rumore dovuta all'incertezza standard associata al valore dell'*ENR*:

$$u_c^2(F_1) = \left[\frac{1}{(Y_{12} - 1)^2} + \frac{1}{G_1^2} \frac{1}{(Y_2 - 1)^2} \right] u^2(ENR) \quad (B.13)$$

Trascurando lo scostamento tra la temperatura T_c e la temperatura di rumore standard T_0 la (B.4) diventa:

$$F \cong \frac{ENR}{(Y - 1)} \quad (B.14)$$

sostituendola nella (B.13) si ottiene:

$$u_c^2(F_1) = \frac{1}{ENR^2} \left[F_{12}^2 + \frac{F_2^2}{G_1^2} \right] u^2(ENR) \quad (B.15)$$

Passando in scala logaritmica, (3.5), si ottiene facilmente:

$$u(NF_1) = \frac{1}{F_1^2} \cdot \left[F_{12}^2 + \frac{F_2^2}{G_1^2} \right] \cdot u(ENR^{dB}) \quad (B.16)$$

che costituisce la relazione cercata.

Appendice C – La legge di Planck

La potenza disponibile fornita da un resistore (passivo) ad una temperatura termodinamica T dovuta al rumore termico è uguale a:

$$P \cong kT \cdot \Delta f \quad [\text{W}] \quad (\text{C.1})$$

dove:

- k è la costante di Boltzmann, pari a $1.3805 \cdot 10^{-23}$ J/K,
- Δf è la banda di osservazione in Hz.

A frequenze molto elevate o temperature molto piccole la (C.1) non è più valida e viene utilizzata la legge di radiazione di Planck [17],[18],[19]:

$$P^{Planck} = kT \cdot \Delta f \left[\frac{\frac{hf}{kT}}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \right] \quad [\text{W}] \quad (\text{C.2})$$

dove:

- h è la costante di Planck, pari a $6.6256 \cdot 10^{-34}$ J-s,

Si osservi che se il rapporto:

$$\frac{hf}{kT} \ll 1 \quad (\text{C.3})$$

la (C.2) si riconduce alla (C.1). Inoltre si ha:

$$\frac{hf}{kT} \approx 0.048 \cdot \frac{f \text{ (GHz)}}{T \text{ (K)}}$$

che è uguale a 0.00048 ad una frequenza di 1 GHz e una temperatura di 100 K, mentre è uguale a 1 ad una frequenza di 208 GHz e una temperatura di 10 K: pertanto l'approssimazione (C.1) risulta essere valida nella maggior parte delle applicazioni a microonde.

La potenza di rumore P in una banda Δf può essere rappresentata, in maniera del tutto uguale, da una temperatura di rumore equivalente definita dalla relazione^{xxxviii}:

$$T = \frac{P}{k \cdot \Delta f} \tag{C.4}$$

La relazione tra la temperatura di rumore equivalente e la temperatura termodinamica di una resistenza (passiva) è data dalla:

$$T^{Planck} = T \cdot \left[\frac{\frac{hf}{kT}}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} \right] \tag{C.5}$$

In Fig. 34 è mostrata la temperatura di rumore equivalente di una terminazione adattata a una temperatura termodinamica di 300 K al variare della frequenza.

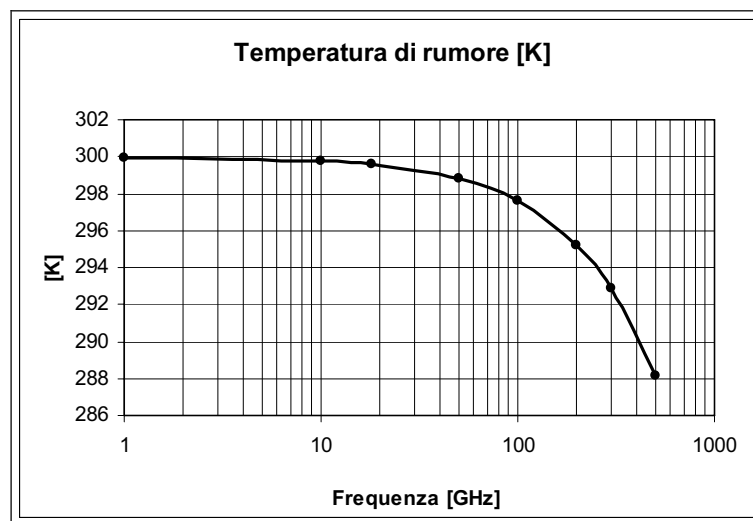


Fig. 34: Temperatura di rumore equivalente di una terminazione adattata alla temperatura termodinamica di 300 K al variare della frequenza

^{xxxviii} Il dizionario IEEE delle definizioni elettriche ed elettroniche (*IEEE Standard of Electrical and Electronics Terms*) fornisce le seguenti due definizioni per la *temperatura di rumore* di un bipolo ad una assegnata frequenza: 1) la temperatura di un sistema passivo che ha una densità di potenza disponibile uguale a quella del bipolo in esame; 2) la temperatura data dal rapporto della densità di potenza di rumore disponibile per la costante di Boltzmann (C.4). Queste due definizioni danno risultati numerici diversi: con la prima definizione la temperatura di rumore è uguale alla temperatura termodinamica, con la seconda essa è semplicemente una misura della densità di potenza di rumore disponibile.

Appendice D – Metodo per calcolare la costante ϵ_r di un materiale espanso

Con il termine *espansione* si intende considerare sia:

- espansione dovuta a cambio di stato (es. evaporazione);
- diluizione e/o miscelazione con materiali di diversa costante dielettrica.

L'algoritmo utilizzato si basa sul fatto che la costante dielettrica di una miscela è intermedia fra le due (o più) costanti dielettriche iniziali. In particolare si ipotizza che il risultato sia dato dalla media pesata.

La media pesata M_p è uguale alla somma degli *elementi* (A, B, C,...), ognuno moltiplicato per il proprio *peso* (P_1, P_2, P_3, \dots), il tutto diviso per la somma dei pesi.

$$M_p = \frac{P_1 \cdot A + P_2 \cdot B + P_3 \cdot C + \dots}{P_1 + P_2 + P_3 + \dots} \quad (D.1)$$

E' necessario però definire quali grandezze vadano sostituite al posto degli *elementi* nell'equazione (D.1); il primo dubbio cade sulla scelta tra la costante dielettrica relativa ϵ_r ed n (coefficiente di riflessione di potenza; in ottica e in generale in fisica si indica con n , nell'ingegneria è più noto con $|\Gamma|^2$). Ad ogni modo esempi numerici mostrano che le differenze nei risultati non sono drammatiche. Si decide quindi di mediare direttamente le costanti dielettriche relative. Pertanto si può scrivere, utilizzando la relazione (D.1):

$$\epsilon_r(N_2^{gas}) = \frac{V_{liq} \cdot \epsilon_r(N_2^{liq.}) + V_{gas} \cdot \epsilon_{r0}}{V_{liq} + V_{gas}} \quad (D.2)$$

dove:

- $\epsilon_r(N_2^{gas})$ è la costante dielettrica dell'azoto nello stato gassoso in condizioni standard;

- $\epsilon_r(N_2^{liq.})$ è la costante dielettrica dell' azoto liquido ad una pressione pari a 1013 mbar;
- V_{liq} è il volume del liquido (si normalizza a 1);
- V_{gas} è il volume occupato dall'azoto gassoso dopo la totale evaporazione, pari a 800 volte il V_{liq} , sempre in condizioni standard;
- ϵ_r^0 è la costante dielettrica relativa del vuoto.

Invertendo rispetto ad $\epsilon_r(N_2^{liq.})$ e sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\epsilon_r(N_2^{liq.}) = \frac{1.000649 \cdot (1 + 800) - 800 \cdot 1}{1} \cong 1.5$$

In Fig. 35 è mostrato il grafico dell'andamento della riflettività che si ha in corrispondenza dell'interfaccia tra due sostanze con costanti dielettriche pari a $\epsilon_{r1}=1$ ed ϵ_{r2} in funzione di ϵ_{r2} stesso: da esso si evince che anche notevoli variazioni di ϵ_r producono piccole variazioni di riflettività.

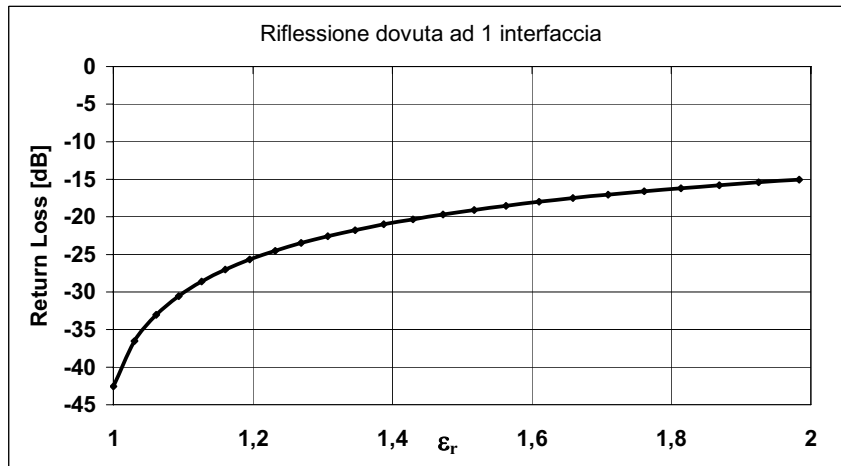


Fig. 35: Return loss dell'interfaccia tra due sostanze: $\epsilon_{r1} = 1$ e ϵ_{r2} in funzione di ϵ_{r2}

Bibliografia - Capitolo 3

- [1] B.N. Taylor, C. E. Kuyatt, “*Guidelines for evaluating and expressing the uncertainty of NIST Measurement Results*”, National Institute of Standards and Technology, Technical Note 1297, Settembre 1994.
- [2] P.R. Bevington, D.K. Robinson, “*Data Reduction and Error Analysis*”, 3rd ed., McGraw- Hill, ISBN 0-07-247227-8, 2003.
- [3] L. Colby, “*Accuracy of Noise Figure measurement systems*”, RF & Microwave Measurement Symposium, Hewlett Packard, Aprile 1987.
- [4] D. Boyd, “*Calculate the uncertainty of NF measurements*”, Microwave & RF, Ottobre 1999, pp. 93-102.
- [5] Agilent Technologies, “*Noise Figure measurement accuracy – The Y-Factor method*”, Application Note 57-2, 2001.
- [6] Agilent Technologies, “*Fundamentals of RF and Microwave noise figure measurements*”, Application Note 57-1, 2000.
- [7] Agilent Technologies, “*Fundamentals of RF and Microwave power measurements (part 3) – Power measurement uncertainty per international guides*”, Application Note 1449-3, 2003.
- [8] G. Dambrine, A. Cappy, Y. Guillerme, “*Determination of noise parameters*”, Workshop on Measurement techniques for microwave device characterization and modelling, Aprile, 1990, pp. 128-156.
- [9] S. Mariotti, T. Pisanu, A. Scalambra, “*Accuratezza delle misure di temperatura di rumore*”, Rapporto Interno IRA 302/2000, Istituto di Radioastronomia, Medicina (BO), Italy, 2000.
- [10] Hewlett-Packard, Calibration Report - Noise Source HP346C S/N 3228A02283, Gennaio 1998.
- [11] Hewlett-Packard, Noise Sources 10 MHz to 26.5 GHz, Technical Data, Gennaio 1989.
- [12] <http://www.boulder.nist.gov/div813/noise.htm>

- [13] A. Rodriguez, L.P. Dunleavy, P. Kirby, “*Best Practice for on-wafer millimeter wave noise figure measurements*”, 57 ARFTG Conference Digest, Phoenix, Arizona, 25 Maggio 2001.
- [14] Hewlett-Packard, “*Fundamentals of RF and Microwave Noise Figure Measurements*”, Application Note 57-1, Luglio 1983.
- [15] J. Randa, “*Noise Temperature Measurements on wafer*”, National Institute of Standards and Technology, Technical Note 1390, Marzo 1997.
- [16] W.C. Daywitt, “*Radiometer equation and analysis of systematic errors for the NIST automated radiometers*”, National Institute of Standards and Technology, Technical Note 1327, Marzo 1989.
- [17] A.R. Kerr, “*Suggestions for revised definitions of noise quantities, including quantum effects*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 47, No. 3, Marzo 1999, pp. 325-329.
- [18] A.R. Kerr, M.J. Feldman, S.K. Pan, “*Receiver noise temperature, the quantum noise limit, and the role of the Zero-Point fluctuations*”, 8 International Symposium on Space Terahertz Tech., 25-27 Marzo, 1997, pp. 101-111.
- [19] C.T. Stelzried, “*Noise temperature and noise figure concepts: DC to Ligth*”, Novembre e Dicembre 1981, TDA Progress Report 42-67, pp. 100-111.
- [20] Maury Microwave Corporation, “*Input Noise Temperature Calibration Equations for Liquid Nitrogen Cooled Precision Terminations*”, Technical Note TN-009, 22 Marzo 1968, pp. 1-5.
- [21] Maury Microwave Corporation, “*Cryogenic Termination Model MT7118A*”, Data Manual.
- [22] C.T. Stelzried, “*Temperature calibration of microwave thermal noise sources*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques (Correspondence), Vol. MTT-13, No. 1, Gennaio 1965, pp. 128-130.
- [23] Maury Microwave Corporation, *Calibration Report MT7118A, Opt.10, S/N 143*, Aprile 1983.
- [24] J.D. Kraus, “*Radio Astronomy*”, 2 edizione, Cygnus-Quasar Books.

- [25] D. Rytting, “*Advances in microwave error correction techniques*”, RF & Microwave Measurement Symposium and Exhibition, Hewlett Packard, Giugno 1987.
- [26] Agilent Technologies, *User’s and service guide - 85050C 7 mm Precision Calibration Kit*, Giugno 2002.
- [27] Agilent Technologies, “*Measuring Noninsertable Devices*”, Product Note HP 8510-13, Agosto 2000.
- [28] R.F. Bauer, P. Penfield, “*De-Embedding and Unterminating*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 22, No. 3, Marzo 1974, pp. 282-288.
- [29] J. Randa, W. Wiatr, R.L. Billinger, “*Comparison of Adapter Characterization Methods*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 47, No. 12, Dicembre 1999, pp. 2613-2620.
- [30] N.J. Kuhn, “*Curing a subtle but significant cause of noise figure error*”, Microwave Journal, Giugno 1984, pp. 85-98.
- [31] Agilent Technologies, “*10 Hints for making successful noise figure measurements*”, Application Note 57-3, 2000.
- [32] Marco De Dominicis, “*Traslazione dell’ENR di una sorgente di rumore*”, Rapporto Interno, Università Tor Vergata, Dip. Elettronica Facoltà Ingegneria, Roma, Maggio 2000.
- [33] W.C. Daywitt, “*Design and error analysis for the WR10 thermal noise standard*”, National Institute of Standards and Technology, Technical Note 1071, Dicembre 1983.
- [34] <http://www.eccosorb.com/catalog/anechoic/CV.asp>
- [35] Handbook of Chemistry and Physics, 56th edition, 1975-1976, Editore CRC, pp. D156 / D213.
- [36] Agilent Technologies, “*Specifying Calibration Standards for the Agilent 8510 Network Analyzer*”, Product Note HP 8510-5B, Settembre 2001.
- [37] M.W. Hosking, B.A. Tonkin, Y.G. Proykova, A. Hewitt, N. McN Alford, T.W. Button, “*The dielectric constant of liquid nitrogen over the frequency range*

- 0.5 to 10.4 GHz”, Superconductor Science and Technology, Technical Note, Vol. 6, No. 7, Luglio 1993, pp. 549-552.
- [38] T. Hewison, C. Gaffard, “*Radiometrics MP3000 microwave radiometer performance assessment*”, Technical Report 29, Met Office Observations Developments, Luglio 2003.
- [39] Product Catalog– Maury Microwave Corporation, 2001.
- [40] Hewlett Packard, *HP8510C Network Analyzer – Service Manual*, Agosto 1991.
- [41] Barry E. Jones , Instrument Science and Technology Vol. 3, Adam Hilger Ltd.
- [42] Hewlett Packard, *HP 438 A Power Meter - Operating AND Service Manual*.
- [43] Hewlett Packard, *HP8481A, HP8482A, HP8483A Power Sensor – Operating and Service Manual*.
- [44] Hewlett Packard, “*Microwave Connector Care*”, Application Note 326.

Fig. 1: Definizione di temperatura di rumore di una sorgente di rumore	13
Fig. 2: Definizione di temperatura di rumore equivalente di una sorgente di rumore	13
Fig. 3: Schema di principio del set up di misura utilizzato per la calibrazione della sorgente di rumore	15
Fig. 4: Schema a blocchi del set up di misura adoperato nella banda DC-18 GHz	20
Fig. 5: Set up di misura adoperato per calibrare la sorgente di rumore nella banda DC-18 GHz	21
Fig. 6: Carico freddo della Maury Microwave® MT7118A opt.10 (S/N 143)	23
Fig. 7: Stabilità della temperatura di rumore del carico freddo MT7118A	27
Fig. 8: Coefficiente di riflessione del carico freddo MT7118A (S/N 143)	28
Fig. 9: Set up di misura del coefficiente di riflessione del carico freddo MT7118A	29
Fig. 10: Schema di principio di una misura con unterminating method	30
Fig. 11: Parametri S_{11} e S_{22} della transizione 7 mm-K	31
Fig. 12: Parametro S_{21} della transizione 7 mm-K	32
Fig. 13: Coefficiente di riflessione della combinazione del carico freddo e della transizione	33
Fig. 14: Temperatura di rumore equivalente del carico freddo al connettore 7mm (blu) e al connettore K (fucsia)	33
Fig. 15: La sorgente di rumore HP 346C con attenuatore da 6 dB e sensore al platino	36
Fig. 16: Coefficiente di riflessione della sorgente HP 436C	37
Fig. 17: Coefficiente di riflessione della combinazione sorgente di rumore HP 436C – attenuatore Anritsu® da 6 dB	37
Fig. 18: Rete due porte tra generatore e carico	38
Fig. 19: Temperatura di rumore misurata (blu) e calcolata (fucsia) della combinazione della sorgente HP 346C e dell'attenuatore 41KC-6 nella banda 1-18 GHz	41
Fig. 20: ENR misurato (blu) e calcolato (fucsia) della combinazione della sorgente HP 346C e dell'attenuatore 41KC-6 nella banda 1-18 GHz	41
Fig. 21: Differenza tra l'ENR misurato e calcolato	42
Fig. 22: Schema a blocchi del set up di misura adoperato nella banda Ka	43
Fig. 23: Fotografia del set up di misura adoperato nella banda Ka	44
Fig. 24: Struttura del carico freddi di tipo "antenna a horn" (WR 42 e WR 28)	45
Fig. 25: Adattamento alla flangia WR 42 dell'antenna a horn che punta il carico freddo	47
Fig. 26: Carico freddo WR 42 per misure nella banda 18-26 GHz	51
Fig. 27: Adattamento alla flangia WR 28 dell'antenna a horn che punta il carico freddo	52
Fig. 28: Temperatura di rumore misurata (blu) e calcolata (fucsia) della combinazione della sorgente HP 346C e dell'attenuatore 41KC-6 nella banda 18-26 GHz	54
Fig. 29: ENR misurato (blu) e calcolato (fucsia) della combinazione della sorgente HP 346C e dell'attenuatore 41KC-6 nella banda 18-26 GHz	54
Fig. 30: ENR misurato della combinazione della sorgente NoiseCom® NC346KA e dell'attenuatore 41KC-10 nella banda 1-40 GHz	55
Fig. 31: Temperatura di rumore misurata della combinazione della sorgente NoiseCom® NC346KA e dell'attenuatore 41KC-10 nella banda 1-40 GHz	55
Fig. 32: Incertezza espansa ($K=2$) e standard del carico freddo Maury	59
Fig. 33: L'incertezza sulla temperatura di rumore T_H	73
Fig. 34: Temperatura di rumore equivalente di una terminazione adattata alla temperatura termodinamica di 300 K al variare della frequenza	77
Fig. 35: Return loss dell'interfaccia tra due sostanze: $\epsilon_{r1} = 1$ e ϵ_{r2} in funzione di ϵ_{r2}	79

Tabella 1: Valori delle quantità misurate espressi in dB e in lineare	9
Tabella 2: Valori dei coefficienti delle incertezze dell'equazione (3.10)	9
Tabella 3: Adattamenti presenti alle interfacce	9
Tabella 4: Incertezze dovute ai disadattamenti	10
Tabella 5: Valore dei termini dell'equazione (3.10)	11
Tabella 6: Report di calibrazione del carico freddo MT7118A opt.10 S/N 143 [23]	24
Tabella 7: Temperatura di rumore del carico freddo MT7118A (S/N 143)	25
Tabella 8: Antenne a horn in WR 42	46
Tabella 9: Contributo di spill over alla temperatura di rumore del carico freddo WR 42	48
Tabella 10: Temperatura di rumore del carico freddo WR 42	51
Tabella 11: Antenne a horn in WR28	52
Tabella 12: Contributo di spill over alla temperatura di rumore del carico freddo WR 28	52
Tabella 13: Temperatura di rumore del carico freddo con WR 28	53
Tabella 14: Incertezza espansa (2σ) della temperatura di rumore del carico Maury	59
Tabella 15: Deviazione worst case nella misura di coefficiente di riflessione nella banda 2-20 GHz	60

CAPITOLO 3

Riduzione dell'incertezza nella misura di rumore	1
1. Incertezza di misura: definizione, classificazione e sua espressione	3
2. Incertezza nella misura di fattore di rumore	5
3. Esempio di calcolo dell'incertezza	8
4. Calibrazione della sorgente di rumore	13
4.1 L'equazione del radiometro	16
4.2 Set up di misura per la banda 1-18 GHz	19
4.2.1 Il carico criogenico a azoto liquido	22
4.2.2 Misura del coefficiente di riflessione del carico freddo	28
4.2.3 Misura della transizione 7 mm-K	29
4.2.4 Traslazione della temperatura di rumore del carico freddo al piano di riferimento l	32
4.2.5 La sorgente di rumore a stato solido	34
4.2.6 Misure tramite analizzatore di reti vettoriale	38
4.2.7 ENR della sorgente di rumore HP 346C (S/N 3228A02283)	39
4.3 Set up di misura per le bande 18-26 GHz e 26-40 GHz	42
4.3.1 Carico freddo con antenna a horn WR 42	46
4.3.2 Carico freddo con antenna a horn WR 28	51
4.3.3 Risultati	54
5. Analisi dell'incertezza	56
5.1 Incertezza dovuta al carico freddo	57
5.1.1 Contributo d'incertezza dovuto alla temperatura di rumore del carico Maury	58
5.1.2 Contributo d'incertezza dovuto alla misura del parametro $ S_{21}^{trans} $	60
5.1.3 Contributo d'incertezza dovuto alla misura di T_a	61
5.2 Incertezza dovuta al carico a temperatura ambiente	62
5.3 Incertezza dovuta alla misura dei fattori Y	63
5.4 Incertezza dovuta alla misura dei parametri S	65
5.5 Incertezza standard nella misura di T_x	67
6. Conclusioni	68
Appendice A – Propagazione dell'incertezza	69
Appendice B – Incertezza standard associata alla sorgente di rumore	72
Appendice C – La legge di Planck	76
Appendice D – Metodo per calcolare la costante ϵ_r di un materiale espanso	78
Bibliografia - Capitolo 3	80

APPENDICE E

Generatore di Rumore di proprietà INAF – IRA .Valori ENR ricalibrati.

Generatore di Rumore: mod. **hp346C** s/n 2339A01748 + **Attenuatore** mod. Anritsu 41KC-10

Frequenza [GHz]	ENR [dB]	Data Calibrazione	Frequenza [GHz]	ENR [dB]	Data Calibrazione
0.01	2.86	2001	14.0	4.97	06/2003
0.1	2.97	2001	14.5	4.98	06/2003
0.3	2.97	2001	15.0	4.98	06/2003
0.5	2.97	2001	15.5	5.01	06/2003
1.0	3.00	06/2003	16.0	5.05	06/2003
1.5	2.99	06/2003	16.5	5.05	06/2003
2.0	2.98	06/2003	17.0	5.05	06/2003
2.5	3.01	06/2003	17.5	5.08	06/2003
3.0	3.03	06/2003	18.0	5.11	06/2003
3.5	3.08	06/2003	18.5	5.15	06/2003
4.0	3.13	06/2003	19.0	5.20	06/2003
4.5	3.19	06/2003	19.5	5.25	06/2003
5.0	3.26	06/2003	20.0	5.29	06/2003
5.5	3.35	06/2003	20.5	5.37	06/2003
6.0	3.44	06/2003	21.0	5.44	06/2003
6.5	3.54	06/2003	21.5	5.48	06/2003
7.0	3.64	06/2003	22.0	5.51	06/2003
7.5	3.77	06/2003	22.5	5.53	06/2003
8.0	3.90	06/2003	23.0	5.55	06/2003
8.5	4.05	06/2003	23.5	5.52	06/2003
9.0	4.20	06/2003	24.0	5.48	06/2003
9.5	4.32	06/2003	24.5	5.39	06/2003
10.0	4.43	06/2003	25.0	5.30	06/2003
10.5	4.53	06/2003	25.5	5.00	06/2003
11.0	4.63	06/2003	26.0	4.69	06/2003
11.5	4.71	06/2003	26.5	4.27	06/2003
12.0	4.78	06/2003	27.0	3.84	2004
12.5	4.82	06/2003	28.0	2.99	2004
13.0	4.87	06/2003	29.0	2.17	2004
13.5	4.92	06/2003	30.0	1.35	2004